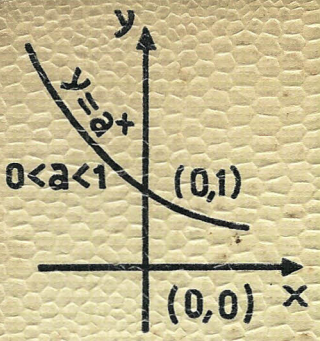
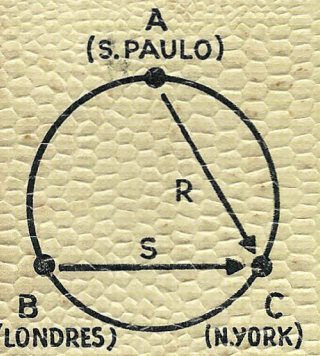
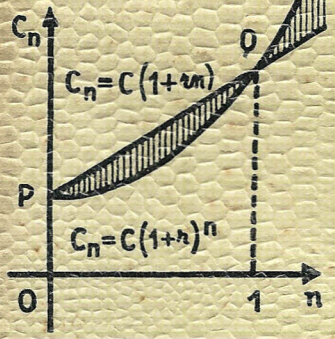




$$X_A = S_B \frac{C_2}{C_1}$$



JOSÉ DOS SANTOS MOREIRA

MATEMÁTICA COMERCIAL e FINANCEIRA

2.a Edição

2.º Volume

EDITÔRA ATLAS S. A.

MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA

2.ª Edição

JOSÉ DOS SANTOS MOREIRA

Para a 2.ª Série dos
Cursos Comerciais Técnicos

Êste livro se distingue pela orientação didática que o autor conseguiu imprimir em suas lições.

Resumo do índice: Juros compostos — Desconto composto — Rendas certas — Empréstimos indivisíveis — Depreciação, etc.

Acompanha a obra o anexo "Tábuas Financeiras", com taxas que variam de 1/4 a 12% e com 60 períodos.

Tem por finalidade facilitar a resolução de maior número de problemas, nos cálculos de juro composto, desconto composto, capital montante, valor atual, número de períodos, taxas, capitalização, amortização, anuidades pertinentes a juros compostos, desconto composto, rendas certas, empréstimos indivisíveis e depreciação.

DO MESMO AUTOR

MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA — 1.º Volume — 3.ª Edição
ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA — 8.ª Edição

EDITÔRA ATLAS S. A.
Rua Helvetia, 574/578 — CElis
Caixa Postal 7.186 — Tels.: 221-2342, 221-2467 e 221-2548
01215 São Paulo — SP
BRASIL

JOSÉ DOS SANTOS MOREIRA

MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA

2º Volume

2.ª EDIÇÃO
(1ª reimpressão)

EDITÔRA ATLAS S.A.

SÉRIE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA COMERCIAL

2.ª EDIÇÃO
1.ª reimpressão
Janeiro de 1972

Capa de
PAVEL GERENCER

Copyright, 1972
EDITÔRA ATLAS S.A.
SÃO PAULO — BRASIL

ÍNDICE

I — JUROS COMPOSTOS 13

Introdução, 13 — Cálculo do montante, no fim de um número inteiro de períodos, 14 — Cálculo do montante por logaritmos, 15 — Cálculo do montante pelas tábuas financeiras, 16 — Interpolação linear, 18 — Sentido do êrro na interpolação linear, 20 — Taxa Equivalente, 22 — Confronto entre taxas proporcionais e taxas equivalentes, 23 — Taxa Nominal e Taxa Efetiva, 25 — Relação entre a taxa nominal e a taxa efetiva, 25 — Definição do montante C_n, quando n não é inteiro, 26 — Definição do montante pela convenção linear, 26 — Depósitos bancários — Extensão da fórmula no montante definido pela convenção linear, 28 — Definição do montante pela convenção exponencial, 29 — Confronto entre os montantes de um capital colocado a juros simples e a juros compostos, 32 — Cálculo do capital, do tempo e da taxa, 34 — Cálculo do capital, 34 — Cálculo do tempo, 36 — Cálculo da taxa, 40 — Exercícios, 45.

II — DESCONTO COMPOSTO 49

Introdução, 49 — Cálculo do valor atual no regime de capitalização composta, 49 — Cálculo do valor atual por logaritmo, 50 — Cálculo do valor atual pelas tábuas financeiras, 50 — Cálculo do valor atual, quando o número de períodos é fracionário, 54 — Valor atual. Número de períodos fracionário. Convenção linear, 54 — Valor atual. Número de períodos fracionário. Convenção exponencial, 55 — Confronto entre o desconto composto e o desconto simples, 59 — Confronto entre o desconto bancário e o racional, 59 — Confronto entre o desconto bancário simples e o desconto composto, 59 — Confronto entre o desconto simples e o desconto composto, 60 — Confronto entre os três descontos, 62 — Vencimento comum, 65 — Vencimento médio, 67 — Exercícios, 68.

III — RENDAS CERTAS 71

Definições fundamentais, 71 — Classificação, 71 — Expressão do valor atual de uma renda constante, 72 — Expressão do valor atual de uma renda unitária, 73 — Rendas perpétuas unitárias, 73 — Rendas temporárias unitárias, 74 — Cálculo do valor atual das rendas unitárias temporárias e imediatas, 74 — Cálculo do valor atual das rendas unitárias temporárias e antecipadas, 80 — Cálculo do valor atual de uma renda constante, 86 — Montante das rendas constantes e temporárias, 89 — Montante de uma renda unitária e temporária, 89 — Cálculo do montante de uma renda unitária e antecipada, 91 — Cálculo do montante de uma renda constante e temporária, 93 — Cálculo do têrmo de uma renda conhecido o valor atual, 94 — Cálculo do têrmo de uma renda constante, conhecido o montante, 102 — Cálculo do número de têrmos, conhecido o valor atual, 107 — Cálculo do número de têrmos, conhecido o montante, 112 — Cálculo da taxa, conhecido o valor atual, 116 — Cálculo da taxa, conhecido o montante, 118 — Exercícios, 119.

IV — EMPRÉSTIMOS INDIVISÍVEIS 123

Introdução, 123 — Sistema Francês de Amortização, 124 — Plano de amortização, 125 — Tempo necessário para amortizar uma dívida, 128 — Cálculo do saldo devedor, no fim de determinado período, 130 — Cálculo do capital amortizado, após o pagamento de uma determinada dívida, 133 — Cálculo dos juros pagos em determinado período, 134 — Cálculo dos juros totais pagos durante determinado número de períodos, 135 — Antecipação e postecipação de anuidades, 136 — Sistema Americano, 139 — Sistema Americano à uma taxa, 139 — Plano de reembôlso à uma taxa, 140 — Sistema americano à duas taxas, 143 — Plano de reembôlso à duas taxas, 143 — Tabela Price, 145 — Exercícios, 146.

V — DEPRECIAÇÃO 150

Introdução, 150 — Método linear, 151 — Método da unidade de trabalho e de produção, 153 — Método das porcentagens constantes, 156 — Método do fundo de amortização, 159 — Método das anuidades, 161 — Exercícios, 164.

ANEXO — TÁBUAS FINANCEIRAS

CAPÍTULO I

JUROS COMPOSTOS

1 — **Introdução.** Já foi vista a existência de duas espécies de juros: os juros simples e os juros compostos, também denominados acumulados ou capitalizados.

No caso dos juros simples, êstes são considerados destacados do capital, a saber, o capital é o mesmo durante todo o tempo em que estêve empregado. No caso dos juros compostos, êstes são adicionados ao capital, que dessa forma não será o mesmo durante o tempo em que estiver empregado. Então, diz-se que um capital está empregado a juros compostos, ou no regime de capitalização composta, quando, findo cada período, considerado como unidade de tempo, os juros são adicionados ao capital, constituindo nôvo capital que, por sua vez, passa a render juros no período seguinte.

É conveniente notar que um capital, geralmente, é empregado a juros compostos nos empréstimos a longo prazo, a saber, quando o tempo não é inferior a um ano.

Período de Tempo. Período de tempo é a unidade de tempo considerada para o cômputo de juros. Como período, tem-se a destacar o ano, o semestre, o trimestre e o mês, dando os nomes, respectivamente, à capitalização, de anual, semestral, trimestral ou mensal.

Taxa Centesimal — Taxa Unitária. Taxa centesimal (i) é o prêmio recebido pelo empréstimo do capital Cr$ 100,00, ao fim de uma unidade periódica de tempo. Taxa *unitária* (r) é o prêmio recebido pelo empréstimo do capital Cr$ 1,00, ao fim de uma unidade periódica de tempo.

Usando-se uma regra de três, tem-se a relação entre as duas taxas:

Cr$ 100,00 rende i em 1 período
Cr$ 1,00 rende r em 1 período

Donde: $\boxed{i = 100\ r}$ ou $\boxed{r = \frac{i}{100}}$

Exercício:

Calcular a taxa unitária correspondente a 5 1/4% a.a.
Sendo i = 5 1/4 = 5,25, substituindo-se em:

$$r = \frac{i}{100} = 0{,}0525$$

Exercício:

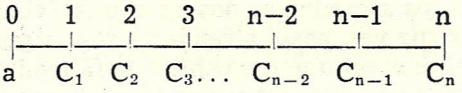
Qual a taxa centesimal correspondente à taxa unitária 0,0875?
Sendo r = 0,0875 e i = 100 r, tem-se, substituindo:

$$i = 100 \times 0{,}0875 = 8{,}75\%$$

ou $i = 8\,3/4\%$

2 — **Cálculo do montante, no fim de um número inteiro de períodos.** Considere-se um capital *a* rendendo juros compostos durante *n* períodos à taxa unitária *r*, relativa a êsse período.

Sejam $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_{n-2}, C_{n-1}, C_n$ os respectivos montantes no fim de cada período.



De conformidade com o regime de capitalização composta, o montante, no fim de cada período, torna-se capital, que renderá juros no período imediato. No fim de um período qualquer $p = 1, 2, 3, \ldots, n-2, n-1, n$, o montante será:

$C_p = C_{p-1} + J_p$ sendo $J_p = C_{p-1}\, r$ tem-se

$C_p = C_{p-1} + C_{p-1}\, r$ ou

$C_p = C_{p-1}\,(1 + r)$ fazendo $1 + r = u$

$$\boxed{C_p = C_{p-1}\, u}$$

E concluímos que o montante, no fim de um período qualquer p, é obtido multiplicando o montante do período anterior $p-1$ por um fator u, denominado fator de capitalização.

Dessa forma o capital *a* e os montantes considerados no fim de cada período formam uma progressão geométrica com $n > 1$

têrmos, razão u, primeiro têrmo a e último têrmo C_n. Aplicando a fórmula do têrmo de ordem geral de uma progressão geométrica $An = A_1 q^{n-1}$, tem-se:

$$C_n = a\,u^{n+1-1}$$

$$\boxed{C_n = a\,u^n} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{C_n = a(1 + r)^n}$$

que é a fórmula do montante C_n, em função do capital a, do fator de capitalização $u = 1 + r$ e do número n de períodos. O cálculo do montante poderá ser efetuado mediante o emprêgo de logaritmos ou por tábuas financeiras que dão diretamente o valor de u^n.

Conhecido o montante, calculam-se os juros compostos que são a diferença entre o montante e o capital:

$$\boxed{J = C_n - a}$$

Pode-se exprimir os juros compostos, em função do capital a, mediante substituição do montante

$$J = au^n - a.$$

Portanto $\boxed{J = a(u^n - 1)}$

E os juros podem ser calculados diretamente, com emprêgo da tábua financeira I.

3 — **Cálculo do montante por logaritmos.** Sendo $C_n = au^n$, e aplicando-se logaritmos:

$$\boxed{\log C_n = \log a + n \log u}$$

Exercício:

Calcular o montante e os juros compostos de um capital de Cr$ 1.000,00, com seus juros acumulados, à taxa de 5 1/2% a.a., capitalizados anualmente, no fim de 8 anos.

Resolução: Sendo a capitalização anual, tem-se $r = 0{,}055$, $n = 8$ e $a = 1.000$.

Substituindo em $C_n = au^n$

$$C_8 = 1.000\ (1{,}055)^8$$

aplicando logaritmos

$$\log C_8 = \log 1.000 + 8 \log 1{,}055$$

e a disposição dos cálculos será a seguinte:

$$\begin{array}{rl} \log\ 1.000 & = 3{,}0000000 \\ 8 \log\ 1{,}055 & = 0{,}1860200 \\ \hline \log\ C_n & = 3{,}1860200 \end{array}$$

e recorrendo às tábuas de logaritmos:

$$C_n = 1.534{,}69.$$

Os juros compostos serão $J = C_n - a = 1.534{,}69 - 1.000 =$ = Cr$ 534,69.

4 — **Cálculo do montante pelas tábuas financeiras.** Na prática, o cálculo é feito com auxílio de tábuas financeiras, que dão diretamente o valor de u^n, sendo elas construídas para o capital de Cr$ 1,00. Quatro são os casos que se podem apresentar:

1.º — Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua.
2.º — O valor da taxa (i) está contido na tábua e o do período (n) não está.
3.º — O valor da taxa (i) não está contido na tábua e o do período (n) está.
4.º — Os valores da taxa (i) e do período (n) não estão contidos na tábua.

1.º) *Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua.*

É o caso do exercício anterior, onde a taxa 5 1/2% e o período n = 8 são encontrados na tábua financeira I, indicando respectivamente a coluna e a linha onde se encontra o valor u^n, ou seja:

$u^8 = (1{,}055)^8 = 1{,}53468651$ que, levado em $C_8 = au^8$, nos dá
$C_8 = 1.000 \times 1{,}53468651$, donde $C_8 = 1.534{,}68651$ ou
$C_8 = $ Cr$ 1.534,69.

2.º) *O valor da taxa (i) está contido na tábua e o do período (n) não está.*

Neste caso, na fórmula $C_n = a\,u^n$, pode-se decompor o período (n) em parcelas, de modo que seus valores estejam contidos na tábua I; no caso de ser $n = n_1 + n_2$, tem-se:

$$C_n = a\,u^{n1+n2}, \text{ donde } \boxed{C_n = a\,u^{n1}\,u^{n2}}$$

Exercício:

Calcular o montante do capital Cr$ 10.000,00, colocado a juros compostos, à taxa de 5% a.a., capitalizados anualmente, ao fim de 61 anos.

Resolução:

$$\text{dados} \begin{cases} a = 10.000 \\ i = 5\%\ \text{a.a.} \\ t = 61\ \text{anos} \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} r = 0,05 \\ u = 1,05 \\ n = 61 \end{cases}$$

que, levados em $C_n = au^n$, obtém-se $C_{61} = 10.000\ (1,05)^{61}$.

Como a tábua I, anexa, só contém os períodos de 1 a 60, deve-se decompor $n = 61$ em duas parcelas, tais como $n_1 = 60$ e $n_2 = 1$, cujos valores se encontram na tábua financeira.

Dessa forma, tem-se:

$$C_{61} = 10.000\ (1,05)^{60}\ (1,05)^1$$

ou

$$C_{61} = 10.000 \times 18,67918589 \times 1,05$$

$$\boxed{C_{61} = \text{Cr\$ } 196.131,45}$$

3.º) *O valor da taxa (i) não está contido na tábua e o do período (n) está.*

Neste caso, o valor da taxa não está contido na tábua financeira e, se esta contiver duas taxas próximas da taxa conhecida, determinar-se-á o valor aproximado do montante, com auxílio de algum dos métodos de aproximação, que poderá ser a interpolação linear.

4.º) *Os valores da taxa (i) e do período (n) não se encontram na tábua.*

No caso de os valores da taxa e do período não se encontrarem na tábua financeira, decompõe-se o número n de períodos em parcelas contidas na tábua e fazem-se tantas interpolações quantas

forem as parcelas consideradas. Nesse caso, é conveniente o emprêgo de logaritmos, em virtude de as várias interpolações feitas darem um valor pouco aproximado para o montante.

5 — **Interpolação linear.** É um método de aproximação para se determinar o valor de uma função, conhecido um valor c da variável independente, compreendido por dois outros a e b suficientemente próximos. Na interpolação linear ou proporcional, admite-se que uma função definida num certo intervalo tenha os seus acréscimos proporcionais aos acréscimos da variável independente. Assim, para a função

$$Y = f(x)$$

definida no intervalo [a, b], tem-se a proporção

$$\frac{y}{f(b) - f(a)} = \frac{c - a}{b - a}$$

ou

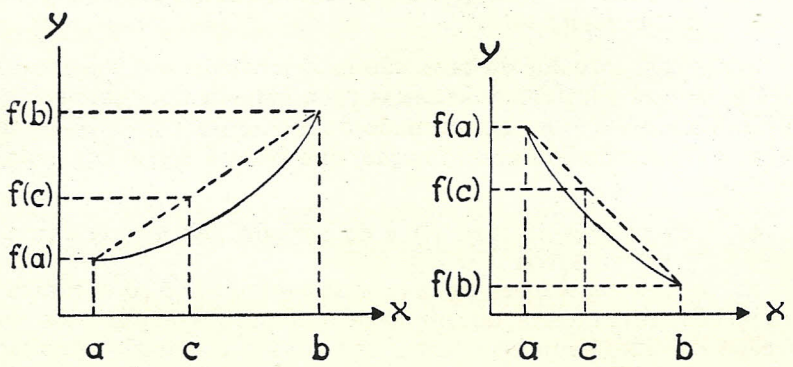
$$\boxed{y = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(c - a)}$$

E, dependendo de a função ser crescente ou decrescente, êsse valor absoluto deve ser adicionado ou subtraído de f(a), obtendo o valor aproximado de f(c).

$$f(c) = f(a) \pm y$$

ou

$$\boxed{f(c) = f(a) \pm \left| \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(c - a) \right|}$$



Exercício:

Uma pessoa emprega Cr$ 10.000,00. Qual o montante, no fim de 6 anos, se a capitalização é anual, à taxa de $5\frac{1}{5}\%$ a.a.?

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} a = 10.000 \\ i = 5\frac{1}{5}\% \text{ a.a.} \\ t = 6 \text{ anos} \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} i = 5{,}2 \\ u = 1{,}052 \\ n = 6 \end{cases}$$

Como a taxa $5\frac{1}{5}$ não está contida na tábua I, deve-se fazer uma interpolação linear, a fim de se encontrar o valor u^n do fator de capitalização da fórmula

$$C_n = au^n$$

Sendo o intervalo $5\,1/8 < 5\,1/5 < 5\,1/4$, tem-se:

$5\frac{1}{4}$	1,35935418
$5\frac{1}{8}$	1,34969629
$\frac{1}{8}$	0,00965789

A um acréscimo de $\frac{1}{8}$ corresponde um acréscimo de 0,00965789;

a um acréscimo de $5\frac{1}{5} - 5\frac{1}{8} = \frac{3}{40}$ corresponderá o acréscimo y

$$y = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{1}{8}} 0{,}00965789 = \frac{3}{5} 0{,}00965789 = 0{,}00579473$$

O valor do fator de capitalização será:

$$(1{,}052)^6 = 1{,}34969629 + 0{,}00579473 = 1{,}35549102$$

E o montante será:

$$C_6 = 10.000\ (1{,}052)^6$$

$$C_6 \cong 10.000 \times 1{,}35549102$$

$$\boxed{C_6 \cong \text{Cr\$ } 13.554{,}91}$$

6 — **Sentido do êrro na interpolação linear.** Uma função $y = f(x)$ definida num intervalo — a, b — pode ser representada por uma linha curva, de concavidade voltada para cima ou para baixo. Ao se efetuar uma interpolação linear nesse intervalo, a fim de se obter f(c) sendo $a < c < b$, comete-se um êrro que pode ser por excesso ou por falta. Para se determinar o sentido dêsse êrro é suficiente verificar o sentido da concavidade da curva admitida nesse intervalo. Para um valor $c = \dfrac{a+b}{2}$ ter-se-á, com emprêgo da interpolação linear, $f(c) = \dfrac{f(a)+f(b)}{2}$.

Comparando com o valor verdadeiro f(c) da função, conclui-se:

$\dfrac{f(a)+f(b)}{2} > f'(c)$ concavidade voltada para cima: êrro positivo

$\dfrac{f(a)-f(b)}{2} < f'(c)$ concavidade voltada para baixo: êrro negativo

Exercício:

Estudar a concavidade da função $y = x^2$ no intervalo $1 < x < 2$ e determinar o sentido do êrro no emprêgo da interpolação linear.

Resolução: Determinando os valores da função $y = x^2$, respectivamente para

$$x = 1 \quad f(a) = f(1) = 1^2 = 1$$
$$x = 2 \quad f(b) = f(2) = 2^2 = 4$$

Considerando a interpolação linear, para $x = \dfrac{1+2}{2} = 1{,}5$, tem-se

$$f(c) = \frac{f(a)+f(b)}{2} = \frac{1+4}{2} = 2{,}5$$

Comparando êsse valor com o valor verdadeiro da função para $x = 1{,}5$

$$f(c) = f(1{,}5) = 1{,}5^2 = 2{,}25$$

obtém-se

$$2{,}5 > 2{,}25 \quad \text{ou} \quad \frac{f(a) + f(b)}{2} > f(c)$$

e, portanto, a curva tem a concavidade voltada para cima e o êrro será por excesso.

Observação. No caso de uma função financeira, considera-se um valor qualquer para $n > 1$ e obtém-se $f(a)$, $f(b)$ e $f'(c)$ com auxílio das tábuas financeiras.

7 — **Taxa Proporcional.** Considerando dois períodos, um contido no outro m vêzes, diz-se que as taxas referentes a cada um dêles são proporcionais, se o forem às quantidades consideradas. Dessa forma, sendo i e/ou r a taxa do período que contém e i_m e/ou r_m a taxa do período contido, tem-se:

$$i_m = \frac{i}{m} \quad \text{e/ou} \quad r_m = \frac{r}{m}$$

Exercício:

Calcular as taxas proporcionais a 6% a.a., supondo, respectivamente, os períodos semestral, trimestral e mensal.

Resolução:

período semestral

$$m = 2 \qquad i_2 = \frac{6}{2} = 3\% \quad \text{e/ou} \quad r_2 = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03$$

período trimestral

$$m = 4 \qquad i_4 = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}\% \quad \text{e/ou} \quad r_4 = \frac{0{,}06}{4} = 0{,}015$$

período mensal

$$m = 12 \qquad i_{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}\% \quad \text{e/ou} \quad r_{12} = \frac{0{,}06}{12} = 0{,}005$$

8 — **Taxa Equivalente.** Considerando dois períodos, um contido no outro m vêzes, diz-se que as taxas referentes a cada um dêles são equivalentes se um capital, colocado a juros compostos, produz um montante em n períodos que contém um montante ao produzido em $m\,n$ períodos contidos.

Para o período que contêm

$$C_n = a(1 + r)^n$$

Para o período contido

$$C_{m\,n} = a(1 + r'_m)^{m\,n}$$

Pela definição

$$C_{m\,n} = C_n$$

ou

$$a(1 + r'_m)^{m\,n} = a(1 + r)^n$$

portanto

$$1 + r'_m = \sqrt[m]{1+r}$$

donde

$$\boxed{r'_m = \sqrt[m]{1+r} - 1}$$

Exercício:

Qual a taxa equivalente a 5% a.a., para o período trimestral?

Resolução: Sendo m = 4 e r = 0,05, obtém-se, mediante aplicação da fórmula

$$r'_m = \sqrt[m]{1+r} - 1$$

$$r'_4 = \sqrt[4]{1,05} - 1$$

$$r'_4 = \sqrt{1,0247} - 1$$

$$r'_4 = 1,01227 - 1$$

$$r'_4 = 0,01227$$

$$\boxed{i'_4 \cong 1,227\%}$$

Observação. Pode-se obter $\sqrt[m]{1+r}$ mediante aplicação de logaritmo.

No exercício tem-se

$$\log \sqrt[4]{1,05} = \frac{\log 1,05}{4}$$

obtendo-se

$$\sqrt[4]{1,05} = 1,01227$$

9 — **Confronto entre taxas proporcionais e taxas equivalentes.** Consideremos as taxas proporcional r_m e equivalente r'_m, relativas a um período contido m vêzes em outro, cuja taxa correspondente seja r.

No regime de capitalização simples (m = 1) a taxa proporcional é igual à taxa equivalente ($r_m = r'_m$).

No regime de capitalização composta (m > 1) a taxa proporcional é diferente da taxa equivalente ($r_m \neq r'_m$).

Por hipótese, suponhamos que para todo m > 1 tenha-se $r_m > r'_m$

ou

$$\frac{r}{m} > \sqrt[m]{1+r} - 1$$

Portanto

$$(1 + \frac{r}{m})^m > 1 + r$$

Desenvolvendo o primeiro membro, mediante aplicação da fórmula da potência de um binômio

$$1 + r + \frac{m(m-1)}{2} (\frac{r}{m})^2 + \ldots + (\frac{r}{m})^m > 1 + r$$

Sendo m inteiro e maior do que 1, todos os têrmos do 1.º membro são positivos, a desigualdade é verdadeira e, portanto, a hipótese também é verdadeira, ou seja, para todo m > 1 tem-se

$$\boxed{r_m > r'_m}$$

E conclui-se que as taxas proporcionais são de maior valor do que as taxas equivalentes relativas a um mesmo período contido em outro cuja taxa seja r.

Exercício:

Calcular, para o período trimestral, a diferença entre a taxa proporcional e a equivalente a 5% a.a.

Resolução: Sendo $m = 4$ e $r = 0{,}05$ tem-se

taxa proporcional $\quad r_m = \frac{r}{m} \quad r_4 = \frac{0{,}05}{4} = 0{,}0125$

taxa equivalente $r'_m = \sqrt[m]{1 + 0{,}05} - 1 \quad r'_m \cong 0{,}01227$, calculada no exercício anterior. A diferença será:

$$d = r_4 - r'_4 \cong 0{,}0125 - 0{,}01227 = 0{,}00023$$

$$\boxed{\text{ou} \quad d \cong 0{,}023\%}$$

Exercício:

Qual o montante do capital Cr$ 10.000, empregado à taxa de 6% a.a., em regime de capitalização composta semestral, durante 4 anos e 6 meses?

Resolução: Sendo a capitalização semestral, portanto $m = 2$, a taxa semestral e proporcional $r_2 = \frac{6}{2} = 3\%$ e o número de períodos $n = 2 \times 4 + 1 = 9$, o montante será

$$C_n = au^n$$

$$C_n = 10.000 \ (1{,}03)^9$$

E, com auxílio da tábua financeira I, tem-se

$$C_n = 10.000 \times 1{,}30477318$$

$$C_n = \text{Cr\$ } 13.047{,}73$$

Exercício:

Que é mais vantajoso: empregar um capital a a juros compostos, à taxa de 8% a.a., capitalizados semestralmente durante 2 anos e 6 meses, ou à taxa de 12% a.a., capitalizados trimestralmente durante 2 anos e 3 meses?

Resolução: Aplicando a taxa proporcional nos dois casos, encontra-se:

1.º Caso — Para $t = 2a6m$ e $i = 8\%$ a.a., tem-se o número de períodos $n = 2 \times 2 + 1 = 5$ e a taxa proporcional $r_2 = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04$.

O montante será

$$C_n = a\,(1{,}04)^5$$

2.º Caso — Para t = 2a3m e i = 12% a.a., tem-se o número de períodos $n = 2 \times 4 + 1 = 9$ e a taxa proporcional $r_4 = \frac{0{,}12}{4} = 0{,}03$.

O montante será

$$C'_n = a\,(1{,}03)^9$$

Dividindo membro a membro essas duas relações

$$\frac{C_n}{C'_n} = \frac{(1{,}04)^5}{(1{,}03)^9}$$

E, com auxílio da tábua financeira I, tem-se

$$\frac{C_n}{C'_n} = \frac{1{,}21665290}{1{,}30477318}$$

Como na fração do segundo membro o denominador é maior que o numerador, conclui-se que $C_n < C'_n$, a saber, é mais vantajoso o 2.º caso.

10 — **Taxa Nominal e Taxa Efetiva.** Considerando um período contendo outro m vêzes, e sendo I a taxa referida ao período maior, a taxa proporcional para o período contido será

$$r_m = \frac{I}{m}$$

Porém, ao computar juros compostos a essa taxa, para o período contido, ter-se-á um montante correspondente a uma taxa *r* para o período maior tal que r > I.

A taxa I denomina-se *taxa nominal* e a taxa *r*, *taxa efetiva.*

11 — **Relação entre a taxa nominal e a taxa efetiva.** Supondo I a taxa nominal e r a efetiva, tem-se, para um capital a, ao fim de n períodos:

Para o período que contém $C_n = a\,(1 + r)^n$

Para o período contido $C_{mn} = a\left(1 + \frac{I}{m}\right)^{mn}$

Donde $a(1 + r)^n = a\left(1 + \frac{I}{m}\right)^{mn}$

e sucessivamente $(1 + r) = \left(1 + \frac{I}{m}\right)^m$

donde $$\boxed{r = (1 + \frac{I}{m})^m - 1}$$

Exercício:

Calcular a taxa efetiva equivalente à taxa nominal 5% a.a., convertível semestralmente.

Resolução: Sendo I = 5 e

$$r = (1 + \frac{I}{m}) - 1,$$

substituindo, tem-se $r = (1 - \frac{0,05}{2})^2 - 1 = (1 + 0,025)^2 - 1 =$

$= 1,025^2 - 1$

$$r = 1,050625 - 1$$

$r = 0,050625$ ou $\boxed{i = 5,0625\%}$

12 — **Definição do montante C_n, quando n não é inteiro.** Consideremos um capital a, empregado a uma taxa i, em regime de capitalização composta, durante um número fracionário de períodos $n = n' + \frac{p}{q}$

A expressão $C_n = au^n$ foi estabelecida para um número inteiro de períodos. Entretanto, torna-se necessário estabelecer critérios e, por conseguinte, expressões para o cálculo do montante C_n e para todo valor de n racional. Dependendo da consideração de o montante C'_n produzido render juros simples ou juros compostos na fração $\frac{p}{q}$ do período seguinte, tem-se:

a) Convenção linear

b) Convenção exponencial

13 — **Definição do montante pela convenção linear.** Por esta convenção admite-se que o capital seja constante ou invariável durante cada período, a saber, para qualquer fração do período

seguinte o capital considerado, que renderá juros simples, é sempre igual ao montante calculado no fim do período precedente.

Dessa forma, considerando um capital a, colocado a juros compostos, à taxa unitária r, durante um número de períodos fracionário $n = n' + \frac{p}{q}$, onde n' é um número inteiro de períodos e $\frac{p}{q}$ uma fração do período seguinte ao n', tem-se no fim n' períodos:

$$C'_n = a(1+r)^{n'}, \text{ que renderá juros na fração } \frac{p}{q}$$

$$j' = C'_n \frac{rp}{q}$$

e o montante final será $C_n = C'_n + j'$ ou $C_n = C'_n + C'_n \frac{rp}{q}$

donde $C_n = C'_n \left(1 + \frac{rp}{q}\right)$ e, substituindo,

$$\boxed{C_n = a(1+r)^{n'} \left(1 + \frac{rp}{q}\right)} \quad \text{ou} \quad \boxed{C_n = au^{n'} \left(1 + \frac{rp}{q}\right)}$$

Exercício:

O capital Cr$ 1.000,00 foi colocado a juros compostos, à taxa de 6% a.a., capitalizados anualmente durante 5 anos e 6 meses. Calcular, *pela convenção linear,* o montante no fim dêsse tempo.

Resolução:

$$\text{Sendo} \begin{cases} a = 1.000 \\ i = 6\% \\ t = 5a\ 6m \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} r_2 = 0,06 \\ n' = 5 \\ \frac{p}{q} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

substituindo em $C_n = a(1+r)^{n'} \left(1 + \frac{rp}{q}\right)$

$$C_n = 1.000\ (1,06)^5 \left(1 + \frac{0,06 \times 1}{2}\right)$$

ou $C_n = 1.000\ (1{,}06)^5\ (1{,}03)$

Por logaritmo $\log C_n = \log 1.000 + 5 \log 1{,}06 + \log 1{,}03$

$$\log 1.000 = 3$$

$$5 \log 1{,}06 = 5 \times 0{,}0253059 = 0{,}1265295$$
$$\log 1{,}03 = 0{,}0128372$$
$$\log C_n = 3{,}1393667$$

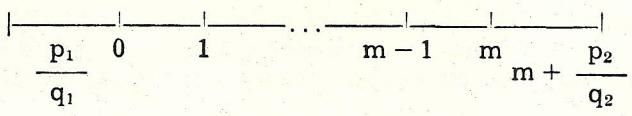
$$\therefore \quad \boxed{C_n = \text{Cr\$ } 1.378{,}37}$$

Pelas tábuas financeiras (Tábua I)

$$C_n = 1.000 \times 1{,}33822558 \times 1{,}03$$

donde $\boxed{C_n = \text{Cr\$ } 1.378{,}37}$

14 — **Depósitos bancários — Extensão da fórmula no montante definido pela convenção linear.** Consideremos um capital a, empregado a uma taxa r, em regime de capitalização anual durante $n = \frac{p_1}{q_1} + m + \frac{p_2}{q_2}$ sendo $\frac{p_1}{q_1}$ uma fração para o término do 1.º período, m um número inteiro de períodos e $\frac{p_2}{q_2}$ uma fração inicial do período $m + 1$.



No fim da primeira fração de período, o montante será

$$C_{\frac{p_1}{q_1}} = a\left(1 + \frac{rp_1}{q_1}\right)$$

Êsse montante renderá juros compostos nos m períodos seguintes, produzindo o montante

$$C_m = C_{\frac{p_1}{q_1}} (1 + r)^m$$

O montante C_m, de conformidade com a convenção linear, renderá juros simples na fração $\frac{p_2}{q_2}$ do período seguinte. Por-

tanto, o montante no fim de n períodos, será

$$C_n = C_m \left(1 + \frac{rp_2}{q_2}\right)$$

ou $$\boxed{C_n = a\left(1 + \frac{rp_1}{q_1}\right)(1 + r)^m \left(1 + \frac{rp_2}{q_2}\right)}$$

Exercício:

O capital Cr$ 10.000,00 foi empregado em um banco, à taxa de 6% a.a., em regime de capitalização composta semestral, em 31 de março de 1959, e retirado em 30 de setembro de 1964. Calcular o montante nessa data.

Resolução: De 31 de março de 1959 a 30 de junho do mesmo ano decorreram $\frac{p_1}{q_1} = \frac{1}{2}$ semestre. De 30 de junho de 1959 a 30 de junho de 1964 decorreram m = 11 semestres. De 30 de junho de 1964 a 30 de setembro do mesmo ano decorreram $\frac{p_2}{q_2} = \frac{1}{2}$ semestre. Sendo a taxa unitária semestral $r_2 = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03$, obtém-se o montante pedido, com emprêgo da fórmula:

$$C_n = a\left(1 + \frac{rp_1}{q_1}\right)(1 + r)^m \left(1 + \frac{rp_2}{q_2}\right)$$

$$C_n = 10.000\ (1{,}015)\ (1{,}03)^{11}\ (1{,}015).$$

E, com auxílio da tábua financeira I, tem-se

$$C_n = 10.000 \times 1{,}015 \times 1{,}38423387 \times 1{,}015$$

$$\boxed{C_n = \text{Cr\$ } 14.260{,}72}$$

15 — **Definição do montante pela convenção exponencial.** Por esta convenção, admite-se que o capital não seja constante durante cada período, como realmente sucede em virtude das diferentes épocas e formas como são colocados os capitais a juros compostos.

Baseia-se, então, na capitalização dos juros no fim de cada fração de período, a saber, no fim de cada fração de período computa-se o montante que passa a render juros na fração do período seguinte.

Para um capital a, à taxa r, durante um número de períodos fracionários $n = n' + \frac{p}{q}$ ter-se-á para n' número inteiro de períodos o montante:

$$C_{n'} = a(1 + r)^{n'}$$

Êste montante renderá juros na primeira fração $\frac{1}{q}$ do período seguinte a n'. Consideradas p frações $\frac{1}{q}$ e tendo em vista a definição de taxa equivalente, o montante será

$$C_n = a(1 + r)^{n'} (1 + r'_q)^p$$

Sendo $r'_q = \sqrt[q]{1+r} - 1$ ou $(1 + r'_q) = (1 + r)^{1/q}$, tem-se o montante, mediante substituição,

$$C_n = a(1 + r)^{n'} (1 + r)^{p/q}$$

ou $$\boxed{C_n = a(1 + r)^{n' + p/q}}$$

Exercício:

O capital Cr$ 1.000,00 foi colocado a juros compostos, à taxa de 6% a.a., capitalizados anualmente durante 5 anos, 1 mês e 15 dias. Calcular, pela convenção exponencial, o montante no fim dêsse tempo.

Resolução:

$$\text{sendo} \begin{cases} a = 1.000 \\ i = 6\% \text{ a.a.} \\ t = 5a\ 1m\ 15d \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} r = 0{,}06 \\ n' = 5 \\ \frac{p}{q} = \frac{45}{360} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

substituindo em $C_n = a(1 + r)^{n'+p/q}$

tem-se $C_n = 1.000\ (1 + 0,06)^{5+1/8}$

ou $C_n = 1.000\ (1,06)^{41/8}$

e, por logaritmo, $\log C_n = \log 1.000 + \frac{41}{8} \log 1,06$

$$\log C_n = 3 + \frac{41}{8}\ 0,0253059$$

$$\log C_n = 3 + 0,1296927$$

$$\log C_n = 3,1296927$$

ou $\boxed{C_n = \text{Cr\$ } 1.348,00}$

Exercício:

O capital Cr$ 1.000,00 foi empregado a taxa 10% a.a., capitalizado anualmente durante 11 anos e 6 meses. Calcular os juros produzidos nos últimos 6 meses, considerando:

a) Convenção linear
b) Convenção exponencial.

Resolução: Sendo a capitalização anual, tem-se n = 11, a fração $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}$ e a taxa r = 0,1.

O montante, no fim de 11 períodos, será

$$C_n = au^n$$

ou $C_{11} = 1.000\ (1,1)^{11}$

e, com auxílio da tábua financeira I,

$$C_{11} = 1.000 \times 2,85311671$$
$$C_{11} = 2853,11671$$

Os juros, produzidos nos últimos 6 meses, serão:

a) *Pela convenção linear*

$$j = C_{11} \frac{rp}{q}$$

$$j = 2853{,}11671 \times 0{,}1 \times \frac{1}{2}$$

$$\boxed{j = \text{Cr\$ } 142{,}66}$$

b) *Pela convenção exponencial*

Calculando-se o montante no fim de n períodos

$$C_n = au^{n'+p/q}$$
$$C_n = 1.000\ (1{,}1)^{11{,}5}$$

Aplicando-se logaritmos, obtém-se:

$$\log C_n = \log 1.000 + 11{,}5 \log 1{,}1$$
$$\log C_n = 3{,}0000000 + 11{,}5 \times 0{,}0413927$$
$$\log C_n = 3{,}4760161$$
$$C_n = \text{Cr\$ } 2.992{,}38$$

E os juros serão obtidos por diferença:

$$j = C_n - C_{n'} = 2.992{,}38 - 2.853{,}12$$

$$\boxed{j = \text{Cr\$ } 139{,}26}$$

16 — **Confronto entre os montantes de um capital colocado a juros simples e a juros compostos.** Considerando os montantes de um capital unitário, colocado a juros simples e a juros compostos, a uma taxa unitária r e durante n períodos, tem-se, respectivamente,

$$C'_n = (1 + nr)$$
$$C_n = (1 + r)^n$$

Desenvolvendo o binômio $(1 + r)^n$, encontra-se

$$(1 + r)^n = 1 + nr + \frac{n(n-1)}{2!} r^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} r^3 + \ldots + r^n$$

ou, mediante substituição,

$$C_n = C'_n + \frac{n(n-1)}{2!} r^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} r^3 + \ldots + r^n$$

Consideremos os casos seguintes, de conformidade com os valores de n ($0 < n < 1$, $n = 1$ e $n > 1$).

1.º caso $0 < n < 1$ — Para $0 < n < 1$, na expressão, os têrmos que contêm as potências pares de r são negativos e os têrmos que contêm as potências ímpares de r são positivos. Os valores absolutos dêsses têrmos negativos são maiores que os valores absolutos dos têrmos positivos; portanto

$$C_n < C'_n$$

Para $0 < n < 1$, o montante produzido pela capitalização composta é menor que o montante produzido pela capitalização simples.

2.º caso $n = 1$ — Neste caso os têrmos em n da expressão considerada se anulam e tem-se

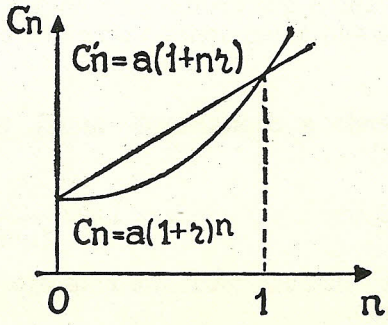
$$C_n = C'_n$$

Para $n = 1$, o montante produzido em regime de capitalização composta é igual ao montante produzido em regime de capitalização simples.

3.º caso $n > 1$ — Neste caso, todos os têrmos em n da expressão são positivos e conclui-se que

$$C_n > C'_n$$

Para $n > 1$, o montante produzido em regime de capitalização composta é maior que o montante produzido em regime de capitalização simples.



17 — **Cálculo do capital, do tempo e da taxa.** No cálculo do capital e da taxa deve-se ter em vista se o número de períodos é inteiro ou fracionário e, neste caso, se para o cômputo do montante a convenção é exponencial ou linear. Já no cálculo do tempo deve-se observar esta última condição, a saber, se a convenção é exponencial ou linear, uma vez que, *a priori*, não se pode saber se o número é inteiro ou fracionário.

18 — **Cálculo do capital.** Destacam-se dois casos:

1.º) O número de períodos n é inteiro.

2.º) O número de períodos n é fracionário.

1.º caso: n é um número inteiro:

Dividindo por u^n ambos os membros da expressão

$$C_n = au^n$$

obtém-se $\boxed{a = C_n \frac{1}{u^n}}$ ou $\boxed{a = C_n \frac{1}{(1+r)^n}}$

Fazendo-se $v^n = \frac{1}{u^n}$, a fórmula do capital será

$$\boxed{a = C_n v^n}$$

O fator de capitalização v^n é encontrado na tábua financeira II.

Exercício:

Determinar o capital que no fim de 5 anos e colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado anualmente, apresenta um montante de Cr$ 1.000,00.

Resolução: Sendo a capitalização anual, tem-se $n = 5$ e $r = 0{,}06$ e o capital

$$a = C_n v^n \qquad a = 1.000 \frac{1}{(1{,}06)^5}$$

cujo valor pode ser calculado mediante emprêgo da tábua financeira II, ou logaritmo.

a) *Pela tábua financeira*

$$v^5 = \frac{1}{(1{,}06)^5} = 0{,}74725817$$

substituindo $a = 1.000 \times 0{,}74725817$

donde $\boxed{a = \text{Cr\$ } 747{,}26}$

b) *Por logaritmo*

$$\log a = \log 1.000 \frac{1}{(1{,}06)^5}$$

$$\log a = \log 1.000 + \operatorname{colog} (1{,}06)^5$$

$$\log a = \log 1.000 + 5 \operatorname{colog} 1{,}06$$

$\log 1{,}06 = 0{,}0253059$ $\log c_n = \log 1.000 = 3{,}0000000$

$\operatorname{colog} 1{,}06 = 1{,}9746941$ $5 \operatorname{colog} 1{,}06 = 5 \times \bar{1}{,}9746941 = \bar{1}{,}8734705$

$\log a = 2{,}8734705$

Interpolando $7.472 \text{ ——— } 8734705$ $\quad \triangle = 581$

8734369

336

$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ ——— } 581 \\ x \text{ ——— } 336 \end{array}\right\} \quad x = \frac{336}{581} = 0{,}58$$

$\boxed{a = \text{Cr\$ } 747{,}26}$

2.º caso: n é fracionário:

Exercício:

Determinar o capital que, colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado semestralmente, produz ao fim de 2 anos e 9 meses o montante de Cr$ 10.000,00.

Resolução: Deve-se considerar se a convenção é linear ou exponencial.

I) *Convenção linear.* A partir da fórmula do montante definido pela convenção linear, obtém-se, mediante transformação,

$$a = C_n \frac{1}{(1+r)^{n'}} \frac{1}{(1+\frac{rp}{q})}.$$

Sendo a capitalização semestral, tem-se $n = 2 \times 2 + 1 = 5$ e $\frac{p}{q} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. O capital será encontrado

$$a = 10.000 \frac{1}{(1,03)^5} \frac{1}{1,015}$$

com emprêgo da tábua financeira II, ou logaritmo.

a) *Pela tábua financeira*

$$a = 10.000 \times 0,86260878 \times 0,9852$$

donde

$$\boxed{a = Cr\$\ 8.498,43}$$

II) *Convenção exponencial.* A partir da fórmula do montante definido pela convenção exponencial, obtém-se, mediante transformação,

$$a = C_n \frac{1}{(1+r)^{n'+p/q}}.$$

Substituindo pelos valores dados, e aplicando logaritmos,

$$a = 10.000 \frac{1}{(1,03)^{5,5}}$$

$$\log a = \log 10.000 - 5,5 \log 1,03$$
$$\log a = 4,0000000 - 5,5 \times 0,0125372$$
$$\log a = 4,0000000 - 0,7060460$$
$$\log a = 3,9293954$$

$$\boxed{a = Cr\$\ 8.499,54}$$

19 — **Cálculo do Tempo.**

1.º caso — Para o cálculo do tempo em que estêve empregado um capital, emprega-se a fórmula

$$C_n = au^n,$$

no caso de ser o número n de períodos inteiro ou então fracionário, se a convenção fôr exponencial. Dividindo ambos os membros da expressão do montante pelo capital a tem-se

$$u^n = \frac{C}{a}.$$

Se o fator u^n, assim determinado, fôr encontrado na tábua financeira I, então n é um número inteiro e seu valor se encontra na tábua.

Aplicando logaritmo na expressão deduzida, encontramos

$$\boxed{n = \frac{\log C_n - \log a}{\log u}}$$

que nos fornece o valor de n, quer seja inteiro ou fracionário (convenção exponencial).

2.º caso — Sendo n fracionário e a convenção linear, pode-se determinar o seu valor mediante interpolação linear na tábua financeira I ou então calcular a parte inteira n' do tempo, mediante aplicação do que foi exposto no caso anterior. Em seguida determina-se a fração $\frac{p}{q}$, a partir da expressão

$$C_n = a(1+r)^{n'} \left(1 + \frac{rp}{q}\right)$$

ou $$\boxed{1 + \frac{rp}{q} = \frac{C_n}{a} v^n}$$

Observação. Sendo muito pequena a diferença entre os valores de n calculados pelas duas convenções, utiliza-se, na prática, a convenção exponencial, ou seja, o emprêgo da fórmula:

$$n = \frac{\log C_n - \log a}{\log u}$$

Exercício:

O capital Cr$ 10.000,00 produziu o montante de Cr$ 12.000,00. Sabendo que a taxa é de 5% a.a., e a capitalização anual, calcular o tempo em que estêve empregado, pela convenção exponencial.

Resolução: Se a capitalização é anual, então r = 0,05 e, sendo C_n = 12.000 e a = 10.000, obtém-se, com emprêgo da fórmula

$$C_n = au^n$$

$$u^n = \frac{C_n}{a}$$

$$1{,}05^n = \frac{12.000}{10.000} = 1{,}2$$

Aplicando logaritmos

$$n = \frac{\log 1{,}2}{\log 1{,}5} = \frac{0{,}0791812}{0{,}0211893} = 3{,}7368$$

sendo $n = n' + \frac{p}{q}$ com n' inteiro, resulta $\frac{p}{q} = 0{,}7368$ do ano e, considerado o ano comercial, a fração $\frac{p}{q}$ corresponderá a 8 m e 25 dias.

Portanto, o tempo em que estêve empregado êsse capital é

$$\boxed{t = 3\text{ a } 8\text{ m } 25\text{ d}}$$

Exercício:

Durante quanto tempo uma pessoa deve colocar o capital Cr$ 1.000,00, à taxa de 6% a.a., capitalizado anualmente, para produzir o montante de Cr$ 1.378,40, sendo a convenção linear?

Resolução: Sendo a taxa de 6%, portanto $r = 0{,}05$ e $n = n' + \frac{p}{q}$ o fator de capitalização, u^n será

$$u^n = \frac{C_n}{a}$$

$$(1{,}06)^n = \frac{1.378{,}40}{1.000} = 1{,}37840$$

1.º Processo:

Com auxílio da tábua financeira I, encontram-se na coluna relativa a 6% os fatôres correspondentes a 5 e 6 períodos, ou seja,

$$1{,}33822558 < 1{,}3784 < 1{,}41851911$$

Para o aumento de $6 - 5 = 1$ período, o fator de capitalização aumenta de $1{,}41851911 - 1{,}33822558 = 0{,}08029353$.

Para o aumento da fração $\frac{p}{q}$ do período, o fator de capitalização aumenta de $1{,}3784 - 1{,}33822558 = 0{,}04017442$.

Então $$\frac{p}{q} = \frac{0{,}04017442}{0{,}08029353} \cong 0{,}5$$

E, sendo a capitalização anual, tem-se $\frac{p}{q}$ correspondente a 6 meses.

Portanto, o tempo de emprêgo do capital é

$$\boxed{t = 5 \text{ a } 6 \text{ m}}$$

2.º Processo:

Com auxílio da tábua financeira I, verificamos que, na coluna relativa a 6%, o fator encontrado acha-se no intervalo

$$1{,}33822558 < 1{,}3784 < 1{,}41851911$$

Portanto, o número n', em que o capital estêve empregado, é igual a 5 anos (cap. anual). Empregando a expressão

$$1 + \frac{rp}{q} = \frac{C_n}{a} v^{n'}$$

$$1 + 0{,}06 \frac{p}{q} = 1{,}3784 \frac{1}{(1{,}06)^5}$$

E, com auxílio da tábua financeira II,

$$1 + 0{,}06 \frac{p}{q} = 1{,}3784 \times 0{,}4725817$$

$$\frac{p}{q} = \frac{1{,}030020662 - 1}{0{,}06} = 0{,}5$$

E, sendo a capitalização anual, tem-se $\frac{p}{q}$ correspondente a 6 meses.

Portanto, encontra-se

$$\boxed{t = 5 \text{ a } 6 \text{ m}}$$

20 — **Tempo necessário para tornar um capital k vêzes maior.** Consideremos um capital a, empregado à taxa i ou r, em regime de capitalização composta e que se torne, ao fim de n períodos, k vêzes maior. Pelas condições, ao fim de um número n de períodos, deve-se ter o montante

$$C_n = ka$$

Substituindo-se êsse valor na fórmula do montante, ter-se-á

$$C_n = au^n$$

$$ka = au^n \text{ para } a > 0$$

$$\boxed{k = u^n}$$

Empregando logaritmos

$$\boxed{n = \frac{\log k}{\log u}}$$

Para n inteiro é suficiente o emprêgo dessa relação.
Para n fracionário deve-se verificar a convenção, se exponencial ou linear, e proceder da forma já elucidada.

Exercício:

Ao fim de quanto tempo um capital triplica de valor, se colocado à taxa de 6% a.a., em regime de capitalização semestral e convenção exponencial?

Resolução: Sendo a capitalização semestral $r_2 = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03$ e o montante o triplo do capital, portanto k = 3, tem-se, a partir da expressão,

$$k = u^n \text{ ou } n = \frac{\log k}{\log u}$$

$$n = \frac{\log 3}{\log 1{,}03} = \frac{0{,}4771213}{0{,}0128372} = 37{,}167 \text{ semestres}$$

Portanto $\boxed{t = 18 \text{ a } 7 \text{ m}}$

21 — **Cálculo da taxa.** A fim de se determinar a taxa a que foi empregado um capital em regime de capitalização composta, consideraremos se o tempo é um número n inteiro de períodos ou se fracionário. Neste caso deve-se verificar se o montante foi calculado pela convenção exponencial ou linear. No caso da convenção exponencial aplica-se logaritmo e no caso da convenção linear aplica-se um método de aproximação, estabelecido por Somet.

1.º caso) n é um número inteiro. O cálculo da taxa pode ser feito mediante emprêgo de logaritmos ou com auxílio das tábuas financeiras.

a) *Por logaritmo.* Aplicando logaritmos à fórmula do montante, tem-se

$$C_n = a(1 + r)^n$$

$$\boxed{\log (1 + r) = \frac{\log C_n - \log a}{n}}$$

que nos fornece o valor de 1 + r e, portanto, a taxa centesimal i = 100 r.

b) *Por tábua financeira.* Da fórmula do montante

$$C_n = a(1 + r)^n$$

obtemos $$(1 + r)^n = \frac{C_n}{a}$$

se o valor $(1 + r)^n$, encontrado, se achar na tábua I, tem-se a taxa i procurada.

Se êsse valor não se achar na tábua pode-se fazer uma interpolação linear, obtendo-se o valor aproximado da taxa i.

Exercício:

A que taxa o capital Cr$ 100.000,00 rendeu juros compostos de Cr$ 19.101,60, capitalizados anualmente, durante 3 anos?

Resolução: Pelas condições, tem-se n = 3, j = 19.101,60 e a = = 100.000. O montante produzido foi

$$C_n = a + j = 100.000 + 19.101,60 = 119.101,60$$

Substituindo êsses valores na expressão

$$C_n = a(1 + r)^n$$

ou $$(1 + r)^3 = \frac{C_n}{a} = \frac{119.101,60}{100.000} = 1,1910160$$

encontra-se o valor de $(1 + r)^3$, mediante aplicação de logaritmo ou tábua financeira.

a) *Por logaritmo.* Aplicando logaritmos, tem-se

$$\log (1 + r) = \frac{\log 1,1910160}{3} = 0,0253059$$

ou $$1 + r = 1,06$$

Portanto $r = 0{,}06$

ou $\boxed{i = 6\%\ \text{a.a.}}$

b) *Pela tábua financeira.* Procura-se o valor de $(1 + r)^3 = 1{,}1910160$ na linha correspondente a 3 períodos, encontrando-o na coluna correspondente a 6%. Portanto

$$\boxed{i = 6\%\ \text{a.a.}}$$

2.º caso) n é número fracionário — Convenção exponencial. Conforme o que já foi exposto deve-se empregar logaritmos na fórmula do montante

$$C_n = a(1 + r)^n$$

obtendo-se $\log (1 + r)^n = \dfrac{\log C_n - \log a}{n}$. Portanto $1 + r$ é, em conseqüência, o valor da taxa $i = 100\,r$.

Exercício:

A que taxa deve ser empregado o capital Cr$ 1.000,00, a juros compostos, capitalizados anualmente, para no fim de 2 anos e 4 meses atingir o montante de Cr$ 1.120,60, sendo a convenção exponencial?

Resolução: Sendo $a = 1.000$, $C_n = 1.120{,}60$ e a capitalização anual, tem-se

$$n = n' + \frac{p}{q} = 2 + \frac{4}{12} = \frac{7}{3}$$

Valores que levados à fórmula do montante

$$C_n = a(1 + r)^n$$

$$(1 + r)^{7/3} = \frac{C_n}{a} = \frac{1.120{,}60}{1.000} = 1{,}1206$$

Aplicando logaritmos

$$\log (1 + r) = \frac{3 \log 1{,}1206}{7}$$

$$\log (1+r) = \frac{3 \times 0{,}0494417}{7}$$

$$\log (1+r) = 0{,}0211893$$

$$1+r = 1{,}05$$

Portanto $r = 0{,}05$ e $\boxed{i = 5\%\ \text{a.a.}}$

Exercício:

O capital Cr$ 100.000,00 foi empregado em regime de capitalização anual, durante 5 anos, produzindo o montante de Cr$ 130.309,78. Com auxílio da tábua financeira, calcular a taxa.

Resolução: Sendo a = 100.000, C_n = 130.309,78 e n = 5 tem-se, mediante aplicação da fórmula do montante,

$$C_n = a(1+r)^n$$

$$(1+r)^n = \frac{C_n}{a}$$

$$(1+r)^5 = \frac{130.309{,}78}{100.000}$$

$$(1+r)^5 = 1{,}3030978$$

Recorrendo à tábua financeira I, na linha correspondente a 5 períodos, verificamos que êsse fator de capitalização se encontra no intervalo

$$1{,}29923568 < 1{,}3030978 < 1{,}30696001$$

Portanto a taxa procurada está compreendida entre

$$5\frac{3}{8}\% \quad \text{e} \quad 5\frac{1}{2}\%$$

Fazendo-se uma interpolação linear, verifica-se que para um aumento de $5\frac{1}{2} - 5\frac{3}{8} = \frac{1}{8}\%$ o fator de capitalização aumenta de 0,00772433. Para um aumento x da taxa o fator aumenta de 0,00386212.

Portanto

$$x = \frac{1 \times 0{,}00386212}{8 \times 0{,}00772433} = \frac{1}{16}$$

Dessa forma, a taxa será

$$i = 5\frac{3}{8} + \frac{1}{16}$$

$$\boxed{i = 5\frac{7}{8}\%}$$

3.º caso) n é fracionário — Convenção linear. Já foi dito que, neste caso, deve-se aplicar o método de aproximação. Em virtude do conceito de taxa equivalente, pode-se utilizar, em alguns casos, outro período, tal, que esteja contido um número inteiro de vêzes no tempo considerado.

Calcula-se a taxa referente a êsse período e determina-se a taxa equivalente e correspondente ao período estabelecido pelo problema.

Exercício:

A que taxa o capital Cr$ 100.000,00, colocado a juros compostos, capitalizados semestralmente durante 1 ano e 9 meses, produziu o montante de Cr$ 122.674,60, em convenção linear?

Resolução: Considerando a capitalização trimestral, uma vez que $n = 4 + 3 = 7$, obtém-se, a partir da fórmula do montante,

$$C_n = a(1 + r'_m)^n$$

$$(1 + r'_m)^n = \frac{C_n}{a}$$

$$(1 + r'_m)^7 = \frac{122.674,60}{100.000} = 1,226746$$

Aplicando logaritmos, tem-se

$$1 + r'_m = \frac{\log 1,226746}{7}$$

$$1 + r'_m = \frac{0,0887547}{7} = 0,0126792$$

$$1 + r'_m = 1,02962$$

$$r'_m = 0,02962$$

Calculando a taxa semestral, equivalente à taxa trimestral encontrada, tem-se, a partir da fórmula de taxa equivalente,

$$r'_m = \sqrt[m]{1+r} - 1$$

ou $$r = (1 + r'_m)^m - 1$$

Substituindo pelos valores conhecidos

$$r = (1 + 0{,}02962)^2 - 1 = (1{,}02962)^2 - 1$$

Empregando o logaritmo na expressão $(1{,}02962)^2$, tem-se

$$2 \log (1{,}02962) = 2 \times 0{,}0126792 = 0{,}0253584$$

ou $$(1{,}02962)^2 \cong 1{,}060$$

Portanto a taxa empregada é $r \cong 1{,}060 - 1 = 0{,}06$

ou $$\boxed{i \cong 6\% \text{ ao semestre}}$$

22 — Exercícios:

1. Calcular a taxa unitária correspondente a:
   a) 7% a.a.
   b) $10\frac{1}{5}\%$ a.a.
   c) $5\frac{2}{3}\%$ a.a.
2. Calcular as taxas centesimais correspondentes às taxas unitárias anuais seguintes:
   a) 0,025
   b) 0,112
   c) $\frac{46}{600}$
3. Calcular, com auxílio de logaritmo e tábua financeira, o montante produzido pelo capital Cr$ 10.000,00, colocado à taxa 5% a.a., capitalizado anualmente, durante 16 anos.
4. Calcular, por logaritmo e tábua financeira, os juros compostos do capital Cr$ 5.000,00, colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado anualmente, durante 20 anos.

5. Determinar, com auxílio da tábua financeira, o montante e os juros compostos do capital Cr$ 12.000,00, empregado a 6% a.a., capitalizado anualmente, durante 63 anos.
6. O capital Cr$ 1.000,00 foi colocado à taxa $5\frac{1}{5}$% a.a., capitalizado anualmente, durante 7 anos. Calcular o montante com auxílio da tábua financeira.
7. O capital Cr$ 1.000,00 foi colocado à taxa de $5\frac{2}{3}$% a.a., capitalizado anualmente, durante 61 anos. Com auxílio da tábua financeira, calcular o montante e os juros produzidos durante o último período.
8. Sendo conhecida a taxa, 9% a.a., quais são as taxas proporcionais semestral, trimestral e mensal?
9. Quais as taxas proporcionais anual, trimestral e mensal, a $3\frac{1}{2}$% a.a.?
10. Sendo a taxa de 6% a.a., calcular a taxa equivalente semestral.
11. Calcular a diferença entre a taxa proporcional e a taxa equivalente a 9% a.a., para capitalização semestral.
12. Qual a diferença entre as taxas trimestrais proporcional e equivalente a 6% a.a.?
13. Calcular, pela convenção linear, o montante do capital Cr$ 10.000,00, colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado anualmente, no fim de 4 anos e 3 meses.
14. Calcular, pela convenção linear, o montante do capital Cr$ 3.000,00, colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado semestralmente, durante 2 anos e 9 meses.
15. Sendo a capitalização trimestral, a taxa 12% a.a., e a convenção linear, qual o montante no fim de 1 ano e 1 mês do capital Cr$ 50.000,00?
16. Pela convenção exponencial, determinar o montante do capital Cr$ 2.000,00, capitalizado anualmente à taxa de $5\frac{1}{2}$% a.a., durante 5 anos e 4 meses.
17. Qual o montante do capital Cr$ 1.000,00 colocado à taxa de 6% a.a., e capitalizado anualmente, pela convenção exponencial, durante 5 anos, 6 meses e 3 dias?
18. O capital Cr$ 2.000,00 pode ser empregado pela convenção linear ou pela convenção exponencial, a juros compostos

e à taxa de $5\frac{1}{2}\%$ a.a. Sendo a capitalização anual, calcular a diferença entre os juros produzidos pelas duas convenções ao fim de 3 anos e 3 meses.

19. Sendo 6% ao semestre a taxa efetiva, calcular a taxa nominal.
20. Calcular o capital que produz o montante de Cr$ 22.000,00 e que foi capitalizado anualmente à taxa de $5\frac{1}{2}\%$ a.a., durante 10 anos.
21. Qual o capital que produz o montante igual ao seu quadrado e que foi capitalizado anualmente à taxa de 6% a.a., durante 6 anos?
22. Um capital colocado à taxa de 6% a.a., capitalizado semestralmente, produz no fim de 2 anos e 9 meses o montante de Cr$ 10.000,00. Calcular êsse capital:

    a) Pela convenção linear e por logaritmo
    b) " " " e pela tábua financeira
    c) " " exponencial

23. A que taxa está o capital Cr$ 10.000,00 e que produz, no fim de 7 anos, o montante de Cr$ 14.071,00 em regime de capitalização anual?
24. A que taxa o capital Cr$ 2.000,00 produziu, no fim de 3 anos e 6 meses, o montante igual a Cr$ 2.800,00, sendo a capitalização semestral?
25. A que taxa o capital Cr$ 1.000,00, colocado a juros compostos, capitalizado trimestralmente, produziu um montante de Cr$ 1.100,00, durante 1 ano e 3 meses?
26. A que taxa o capital Cr$ 4.585,00, capitalizado semestralmente, produziu, ao fim de 20 anos, o montante de Cr$ 14.960,00?
27. Ao fim de quanto tempo o capital Cr$ 7.200,00, capitalizado anualmente, a 4% a.a., produz o montante de Cr$ 9.109,80?
28. Ao fim de quanto tempo o capital Cr$ 15.000,00, colocado à taxa de 6% a.a. e capitalizado semestralmente, produz o montante de Cr$ 23.369,50?
29. Ao fim de quanto tempo o capital Cr$ 10.000,00, empregado à taxa de $5\frac{1}{2}\%$ a.a., em regime de capitalização anual, produziu o montante de Cr$ 13.069,60?

30. Ao fim de quanto tempo o capital Cr$ 10.000,00, colocado à taxa de 6% a.a., produz o montante de Cr$ 15.938,50 em capitalização anual?
31. Ao fim de quanto tempo um capital colocado a 10% a.a., em regime de capitalização semestral e convenção exponencial, dobra de valor?
32. O capital Cr$ 10.000,00 foi colocado à taxa de 10% a.a., em regime de capitalização semestral e convenção linear, produzindo o montante de Cr$ 14.500,00. Calcular o tempo de emprêgo dêsse capital.

CAPÍTULO II

DESCONTO COMPOSTO

1 — **Introdução.** Assim como, pelo empréstimo de um capital, o devedor deve pagar ao credor os juros, também o credor, quando o devedor antecipa o pagamento de um débito, deve conceder-lhe um desconto. Caso não fôsse concedido êsse desconto, então, em lugar de saldar a dívida antes da data determinada, o devedor poderia empregar êsse capital, que dessa forma lhe renderia juros durante o tempo restante para saldar a dívida. Dessa forma, o valor que um capital disponível durante um período adquire, antes da data determinada, é menor, porque é outro capital por si empregado que deve render certos juros.

Considerado um capital C, disponível no fim de n períodos, à taxa i relativa a êsse período, denomina-se valor atual composto A dêsse capital, no regime de capitalização composta, ao capital A que, colocado a juros compostos à taxa i, produz, no fim do mesmo número n de períodos, um montante igual ao capital disponível C.

De modo geral, denomina-se desconto à diferença entre o capital disponível e o seu valor atual.

$$\boxed{D = C - A}$$

2 — **Cálculo do valor atual no regime de capitalização composta.** Designando por C o capital disponível no fim de n períodos, à taxa unitária r, relativa a êsse período, e por A o seu valor atual e tendo em vista a definição de valor atual no regime de capitalização composta, podemos escrever:

$$C = Au^n$$

donde $\boxed{A = \frac{C}{u^n}}$ ou $\boxed{A = C\,v^n}$

E o cálculo do valor atual poderá ser efetuado mediante o emprêgo de logaritmos ou pelas tábuas financeiras que dão diretamente o valor de v^n.

3 — **Cálculo do valor atual por logaritmos.** Aplicando-se logaritmos em $A = \frac{C}{u^n}$

tem-se $\boxed{\log A = \log C - n \log u}$

ou $\boxed{\log A = \log C + n \operatorname{colog} u}$

Exercício:

Calcular o valor atual de uma dívida de Cr$ 10.000,00, à taxa de 5% a.a., no regime de capitalização composta anual, 6 anos antes de seu vencimento.

Resolução: Sendo o regime de capitalização composta anual, tem-se r = 0,05, n = 6 e u = 1,05. Substituindo êsses valores na fórmula

$$A = \frac{C}{u^n}$$

$$A = 10.000 \frac{1}{1{,}05^6}$$

Aplicando logaritmos nessa expressão:

$$\log A = \log 10.000 - 6 \log 1{,}05$$
$$\log A = 4 - 6 \times 0{,}0211893$$
$$\log A = 4 - 0{,}1271358$$
$$\log A = 3{,}8728642$$

donde $\boxed{A = \text{Cr\$ } 7.462{,}15}$

4 — **Cálculo do valor atual pelas tábuas financeiras.** Para o cálculo do valor atual, podem-se utilizar tábuas financeiras (tábua II, anexa) que dão diretamente o valor de $v^n = \frac{1}{u^n}$, sendo as mesmas construídas para o capital disponível de Cr$ 1,00.

Quatro são os casos que se podem apresentar:

I) Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua.
II) O valor da taxa (i) está contido na tábua e o do período (n) não está.
III) O valor da taxa (i) não está contido na tábua e o do período (n) está.
IV) Os valores da taxa (i) e do período (n) não estão contidos na tábua.

I) — *Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua.* É o caso do exercício anterior, onde os valores da taxa i = 5% e o do período n = 6 são encontrados na tábua financeira II anexa, indicando respectivamente a coluna e a linha em cujo cruzamento se acha o valor v^n, ou seja:

$$v^n = \frac{1}{u^n} = \frac{1}{(1{,}05)^6} = 0{,}74621540$$

que levado em $A = Cv^n$, obtém-se

$$A = 10.000 \times 0{,}74621540$$

ou $\boxed{A = Cr\$\ 7.462{,}15}$

II) — *O valor da taxa (i) está contido na tábua e o do período (n) não está.* Neste caso, na fórmula $A = Cv^n$ pode-se decompor o período (n) em parcelas, de modo que seus valores estejam contidos na tábua II.

Fazendo $n = n_1 + n_2 + \ldots$

tem-se $A = Cv^n = Cv^{n_1+n_2+\cdots}$

ou $\boxed{A = Cv^{n1}\, v^{n2} \ldots}$

ou ainda $\boxed{A = C \frac{1}{u^{n1}} \frac{1}{u^{n2}} \ldots}$

Exercício:

Calcular o valor atual do capital Cr$ 10.000,00, disponível no fim de 61 anos, sendo a taxa de 5% a.a. e o regime de capitalização composta anual.

Resolução: Sendo C = 10.000 e o regime de capitalização anual, tem-se r = 0,05, n = 61 e $v = \frac{1}{1,05}$. Substituindo êsses valores na fórmula:

$$A = Cv^n$$

$$A = 10.000 \frac{1}{(1,05)^{61}}$$

Como a tábua II, anexa, só contém os valores de períodos compreendidos no intervalo $1 \leqslant n \leqslant 60$, deve-se decompor n = 61 em duas parcelas cujos valores se encontrem na tábua. Êsses valores podem ser $n_1 = 60$ e $n_2 = 1$, uma vez que $n_1 + n_2 = 60 + 1 = 61$. Dessa forma

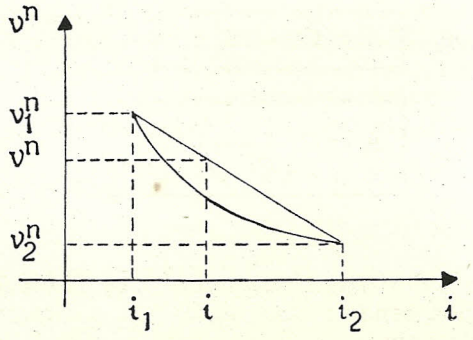
$$A = 10.000 \frac{1}{(1,05)^{60}} \frac{1}{(1,05)^{1}}$$

e com auxílio da tábua II, tem-se

$$A = 10.000 \times 0,05353552 \times 0,95238095$$

$$\boxed{A = Cr\$\ 5.098,62}$$

III) — *O valor da taxa (i) não está contido na tábua e o do período (n) está.* Neste caso, como o valor da taxa não está contido na tábua, torna-se necessário fazer uma interpolação linear. O valor do fator v^n, encontrado através dessa interpolação, é aproximado, uma vez que, sendo a função decrescente de concavidade voltada para cima, o êrro que se comete é por excesso.



Exercício:

Calcular o valor atual do capital Cr$ 10.000,00, disponível no fim de 31 períodos, à taxa de 2 1/8% e em regime de capitalização composta.

Resolução: Como o valor da taxa 2 1/8% não se encontra na tabela financeira II, deve-se fazer uma interpolação linear, a fim de se encontrar o fator de capitalização v^n da fórmula

$$A = Cv^n$$

A taxa 2 1/8% está compreendida entre as taxa 2% e 2 1/4%, cujos valores se encontram na tábua financeira II, ou seja

$$2\% < 2\,1/8\% < 2\,1/4\%$$

Para um aumento da taxa de 2 1/4 − 2 = 1/4% o fator de capitalização diminui de 0,54124597 − 0,50169201 = 0,03955396.

Para um aumento de 2 1/8 − 2 = 1/8%, o fator diminui de

$$x = \frac{1/8 \times 0{,}03955396}{1/4} = \frac{0{,}03955396}{2} \cong 0{,}01977698$$

O fator de capitalização será aproximadamente

$$v^{31} \cong 0{,}54124597 - 0{,}01977698 = 0{,}52146899$$

E o valor atual do capital será

$$A \cong 10.000 \times 0{,}52146899$$

$$\boxed{A \cong \text{Cr\$ } 5.214{,}69}$$

IV) — *Os valores da taxa (i) e do período (n) não estão contidos na tábua.* Neste caso, decompõem-se em parcelas, cujos valores estão contidos na tábua financeira II, e fazem-se tantas interpolações lineares quantas são as parcelas escolhidas para o número n de períodos. Se possível, é conveniente decompor êsse número de períodos em parcelas de igual valor, a fim de diminuir a quantidade de interpolações a serem feitas.

Fazendo $n = n_1 + n_2 + \ldots$ tem-se o valor atual

$$A = Cv^{n1}\, v^{n2} \ldots$$

Exercício:

Calcular o valor atual do capital Cr$ 10.000,00, disponível no fim de 62 períodos, à taxa periódica de 2 1/8% e em regime de capitalização composta.

Resolução: Sendo n = 62, e não se encontrando na tábua, decompõe-se em duas parcelas iguais a 31 períodos. A fórmula

$$A = Cv^n$$

ficará $A = Cv^{n1}\, v^{n2}$

ou $A = 10.000\ v^{31}\, v^{31}$

A taxa 2 1/8% não se encontra na tábua financeira II. Utilizando-se as taxas financeiras próximas (2% e 2 1/4%) e fazendo-se uma interpolação linear, tem-se $v^{31} = 0{,}52146899$, cujo valor foi calculado no exercício anterior. O valor atual procurado será então aproximado

$$A \cong 10.000 \times 0{,}52146899 \times 0{,}52146899$$

$$\boxed{A \cong \text{Cr\$ } 2.723{,}95}$$

5 — Cálculo do valor atual, quando o número de períodos é fracionário. Quando o número n de períodos é fracionário, torna-se necessário verificar se a convenção adotada é exponencial ou linear. Entretanto, na prática, usa-se a convenção exponencial, tanto para n inteiro quanto fracionário. Dessa forma empregam-se as fórmulas:

$$\boxed{A = Cv^n} \quad \text{ou} \quad \boxed{A = Cv^{n'+p/q}}$$

6 — Valor atual. Número de períodos fracionário. Convenção linear. Sendo a convenção linear, e tendo em vista o conceito de valor de um capital em regime de capitalização composta, a partir da fórmula

$$C_n = a(1+r)^{n'}\ (1+\frac{rp}{q})$$

obtém-se, mediante substituição de C_n por C e o valor a por A:

$$C = A(1+r)^{n'}\ (1+\frac{rp}{q})$$

e mediante transformação

$$A = Cv^{n'}\ \frac{1}{1+\frac{rp}{q}}$$

Exercício:

Qual o valor atual de um capital Cr$ 10.000,00, descontado em 5 anos e 6 meses, antes de seu vencimento, se o regime de capitalização é anual e a taxa de 6% a.a.?

Resolução: Sendo $r = 0{,}06$, $C = 10.000$, $n' = 5$ e $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}$, tem-se, mediante substituição em

$$A = Cv^{n'} \frac{1}{1 + \frac{rp}{q}},$$

$$A = 10.000 \frac{1}{(1{,}06)^5} \frac{1}{1{,}03}$$

cuja solução pode ser obtida pelas tábuas financeiras, ou por logaritmos.

a) *Por tábua financeira*

$$A = 10.000 \times 0{,}74725817 \times 0{,}97087379$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 7.254{,}93}$$

b) *Por logaritmo*

$$\log A = \log 10.000 + 5 \operatorname{colog} 1{,}06 = \operatorname{colog} 1{,}03$$

$$\log 10.000 = 4$$

$$5 \operatorname{colog} 1{,}06 = 5 \times 1{,}9746941 = 1{,}8734705$$

$$\operatorname{colog} 1{,}03 = 1{,}9871628$$

$$\log A = 3{,}8606333$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 7.254{,}93}$$

7 — **Valor atual. Número de períodos fracionário. Convenção exponencial.** Sendo a convenção exponencial e identificando-se com a fórmula

$$C_n = a(1 + r)^{n' + p/q}$$

obtém-se, mediante substituição do montante C_n pelo capital disponível C, e do capital a pelo valor atual A,

$$C = A\,(1+r)^{n'+p/q}$$

Portanto $$\boxed{A = C\,\frac{1}{(1+r)^{n'+p/q}}}$$

ou $$\boxed{A = Cv^{n'+p/q}}$$

Exercício:

Qual o valor atual de um instrumento de crédito de Cr$ 10.000,00, descontado em 3 anos, 2 meses e 12 dias antes de seu vencimento, se o regime de capitalização é anual e a taxa 5% a.a.?

Resolução: Dados

$$\begin{cases} C = 10.000 \\ t = 3\,a\ \ 2\,m\ \ 12\,d \\ i = 5\%\ a.a. \\ n' = 3 \\ \dfrac{p}{q} = \dfrac{72}{360} = 0{,}2 \end{cases}$$

tem-se $n' + p/q = 3 + 0{,}2 = 3{,}2$

$$r = 0{,}05 \quad v = \frac{1}{1{,}05}$$

Substituindo em $A = Cv^{n'+p/q}$

tem-se $$A = 10.000\,\frac{1}{(1{,}05)^{3{,}2}}$$

com auxílio de logaritmo

$$\log A = \log 10.000 - 3{,}2 \log 1{,}05$$
$$\log A = 4 - 3{,}2 \times 0{,}0211893$$
$$\log A = 4 - 0{,}06780576$$
$$\log A = 3{,}93219424$$

$$\boxed{A = Cr\$\ 8.554{,}50}$$

8 — **Cálculo do desconto composto.** O cálculo do desconto composto pode ser feito de três maneiras:

a) *Indiretamente, por meio do valor atual.*

A partir da definição de desconto

$$\boxed{D = C - A}$$

calcula-se o valor atual do capital disponível e, por diferença, obtém-se o desconto.

b) *Diretamente, com auxílio da tábua financeira II.*

Sendo $D = C - A$ e $A = Cv^n$

mediante substituição, tem-se $D = C - Cv^n$

donde $$\boxed{D = C\,(1 - v^n)}$$

Procura-se o valor de v^n na tábua financeira II, anexa, subtrai-se êsse valor de uma unidade, e multiplica-se pelo capital disponível.

c) *Diretamente, com auxílio da tábua financeira IV.*

A partir de $D = C\,(1 - v^n)$, sendo $v^n = \frac{1}{u^n}$,

$$\text{tem-se} \quad D = C\,(1 - \frac{1}{u^n})$$

$$D = C\,\frac{u^n - 1}{u^n}$$

Multiplicando e dividindo o segundo membro por r

$$\boxed{D = Cr\,\frac{u^n - 1}{r\,u^n}}$$

cujo valor $\frac{u^n - 1}{r\,u^n}$ pode ser encontrado na tábua financeira IV (anexa).

Exercício:

Um título de Cr$ 10.000,00 foi descontado, à taxa de 6% a.a., 3 anos e 6 meses antes de seu vencimento. Calcular o desconto composto, sendo o regime de capitalização semestral.

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} C = 10.000 \\ t = 3\,a\ 6\,m \\ i = 6\%\ a.a. \end{cases} \qquad \text{Tem-se} \begin{cases} n = 2 \times 3 + 1 = 7 \\ r = 0{,}03 \\ v = \dfrac{1}{1{,}03} \end{cases}$$

a) *Indiretamente:*

$$\text{Sendo} \quad A = Cv^n$$

$$\text{substituindo} \quad A = 10.000\ \frac{1}{(1{,}03)^7}$$

com auxílio da tábua II (anexa) $A = 10.000 \times 0{,}81309151$

$$\text{ou} \quad \boxed{A = 8.130{,}92}$$

e o desconto será $D = C - A = 10.000 - 8.130{,}92$

$$\text{ou} \quad \boxed{D = \text{Cr\$ } 1.869{,}08}$$

b) *Diretamente, com auxílio da tábua II:*

$$\text{Sendo} \quad D = C\,(1 - v^n)$$

$$\text{substituindo} \quad D = 10.000\ (1 - 0{,}81309151)$$

$$\text{ou} \quad D = 10.000 \times 0{,}18690849$$

$$\boxed{D = \text{Cr\$ } 1.869{,}08}$$

c) *Diretamente, com auxílio da tábua IV:*

$$\text{Sendo } D = Cr\ \frac{u^n - 1}{r\,u^n}$$

$$\text{e substituindo} \quad D = 10.000 \times 0{,}03 \times \frac{(1{,}03)^7 - 1}{0{,}03\ (1{,}03)^7}$$

com auxílio da tábua IV (anexa) $D = 10.000 \times 0,03 \times 6,23028296$

ou $\boxed{D = Cr\$\ 1.869,08}$

9 — **Confronto entre o desconto composto e o desconto simples.** Considere-se um capital C, disponível no fim de n períodos, e seja i ou r a taxa de desconto. Seja, ainda,

D o desconto bancário simples
D′ o desconto racional simples
Dc o desconto composto

Para o cálculo dêsses descontos tem-se respectivamente a aplicação das fórmulas:

$$D = Crn$$

$$D' = Arn = \frac{Cr}{1+rn}$$

$$Dc = C\,(1-v^n) = C\,(1-\frac{1}{u^n}) = C\,\frac{u^n-1}{u^n}$$

10 — **Confronto entre o desconto bancário e o racional simples.**

Sendo o desconto bancário dado por $D = Crn$, e o desconto racional simples por $D' = Arn$, dividindo-se membro a membro,

$$\frac{D}{D'} = \frac{Crn}{Arn} \text{ ou } \frac{D}{D'} = \frac{C}{A},$$

e como $C > A$, segue-se que $\boxed{D > D'}$

E conclui-se: o desconto bancário é sempre maior do que o desconto racional simples, calculados sôbre um mesmo capital C, disponível no fim de n períodos, à taxa unitária r.

11 — **Confronto entre o desconto bancário simples e o desconto composto.** Sendo o desconto bancário dado por

$$D = Crn$$

e o desconto composto por

$$Dc = C\,(1-\frac{1}{u^n}),$$

supondo $C \neq 0$ e dividindo-se membro a membro, tem-se

$$\frac{D}{Dc} = \frac{rn}{1 - \frac{1}{u^n}} \quad \text{ou} \quad \frac{D}{Dc} = \frac{rn\,u^n}{u^n - 1}.$$

Para $D > Dc$ é necessário que $rn\,u^n > u^n - 1$

ou $$rn(1 + r)^n > (1 + r)^n - 1$$

Aplicando a fórmula da potência de um binômio a ambos os membros dessa desigualdade, tem-se

$$nr + n^2r^2 + \frac{n^2(n-1)}{2!}r^3 + \ldots > nr + \frac{n(n-1)}{2!}r^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}r^3 + \ldots$$

Desigualdade que se verifica, já que, a partir do segundo, todos os têrmos do primeiro membro são maiores do que os têrmos de mesma ordem do segundo membro. Portanto

$$rn\,u^n > u^n - 1$$

ou $$\boxed{D > Dc}$$

e conclui-se que o desconto bancário é sempre maior que o desconto composto.

12. — **Confronto entre o desconto racional simples e o desconto composto.** Sendo o desconto racional simples dado por $D' = \frac{Crn}{1 + rn}$ e o desconto composto por $Dc = C\left(1 - \frac{1}{u^n}\right)$, supondo $C \neq 0$ e dividindo-se membro a membro tem-se

$$\frac{D'}{Dc} = \frac{\frac{rn}{1 + rn}}{1 - \frac{1}{u^n}}$$

a) Para $D' > Dc$ é necessário que

$$\frac{rn}{1 + rn} > 1 - \frac{1}{u^n}$$

$$\text{donde} \quad u^n rn > u^n(1 + rn) - (1 + rn)$$

$$u^n rn > u^n + u^n rn - (1 + rn)$$

$$1 + rn > u^n$$

$$\text{ou} \quad 1 + rn > (1 + r)^n$$

Desenvolvendo o segundo membro, com auxílio da fórmula da potência de um binômio, tem-se

$$1 + rn > 1 + rn + \frac{n(n-1)}{2!} r^2 + \ldots + r^n$$

e de conformidade com o valor de $n > 0$ têm-se três casos a analisar:

1.º caso: $o < n < 1$

Neste caso o segundo membro da desigualdade é menor que o primeiro, uma vez que a partir do terceiro têrmo do desenvolvimento, os têrmos são alternadamente negativos e positivos, sendo negativos os que contêm as potências pares de r e positivos os que contêm as potências ímpares de r, e os valores absolutos dos têrmos negativos são maiores que os valores absolutos dos têrmos positivos. Portanto

$$\boxed{D' > Dc}$$

e conclui-se: Para $0 < n < 1$, o desconto racional simples é maior do que o desconto composto.

2.º caso: $n = 1$

Para $n = 1$, os têrmos do desenvolvimento, a partir do terceiro têrmo, se anulam, e o segundo membro da igualdade torna-se igual ao primeiro membro, o que contraria a hipótese; portanto

$$\boxed{D' = Dc}$$

e conclui-se: Para $n = 1$, o desconto racional simples é igual ao desconto composto.

3.º caso: $n > 1$

Para $n > 1$, os têrmos do desenvolvimento são positivos e,

portanto, o segundo membro da desigualdade é maior do que o primeiro, o que contraria a hipótese; dessa forma tem se

$$D' < Dc$$

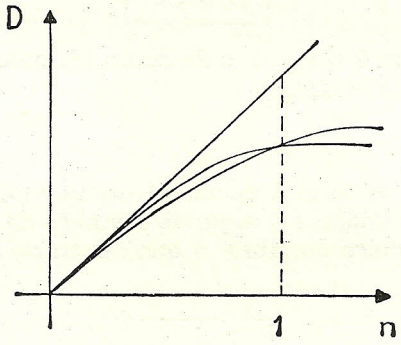
e conclui-se: Para $n > 1$, o desconto racional simples é menor que o desconto composto.

13 — **Confronto entre os três descontos.** Se aplicados os descontos a um mesmo capital C disponível, ao fim de n períodos e a uma mesma taxa centesimal i ou unitária r, já foi visto que para todos $n > 0$ tem-se $D > D'$ e $D > Dc$

$$\begin{array}{lll} \text{para } 0 < n < 1 & \text{tem-se} & D' > Dc \\ \text{para } n = 1 & \text{tem-se} & D' = Dc \\ \text{para } n > 1 & \text{tem-se} & D' < Dc \end{array}$$

Comparando essas desigualdades, pode-se concluir:

$$\begin{array}{lll} \text{para } 0 < n < 1 & \text{tem-se} & D > D' > Dc \\ \text{para } n = 1 & \text{tem-se} & D > D' = Dc \\ \text{para } n > 1 & \text{tem-se} & D > Dc > D' \end{array}$$



Exercício:

O capital Cr$ 1.000,00, disponível no fim de 6 meses, sofre um desconto à taxa de 6% a.a.. Calcular as diferenças entre o desconto composto (regime de capitalização anual), o desconto bancário simples e o desconto racional simples.

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} C = 1.000 \\ t = 6 \text{ meses} \\ i = 6\% \text{ a.a.} \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} n = \dfrac{1}{2} = 0{,}05 \\ r = 0{,}06 \\ v = \dfrac{1}{1{,}06} \end{cases}$$

a) *Desconto composto:* $A = C\dfrac{1}{u^n}$

$$A = 1.000\,\frac{1}{(1{,}06)^{1/2}}$$

$$\log A = \log 1.000 - \frac{1}{2}\log 1{,}06$$

$$\log A = 3 - \frac{0{,}0253059}{2}$$

$$\log A = 3 - 0{,}01265295$$

$$\log A = 2{,}9873471$$

$$A = 971{,}29$$

$$Dc = C - A = 1.000 - 971{,}29$$

$$\boxed{Dc = \text{Cr\$ } 28{,}71}$$

b) *Desconto bancário simples:*

$$D = Crn$$

$$D = 1.000 \times 0{,}06 \times 1/2$$

$$\boxed{D = \text{Cr\$ } 30{,}00}$$

c) *Desconto racional simples:*

$$D' = \frac{Crn}{1 + rn}$$

$$D' = \frac{1.000 \times 0{,}06 \times 0{,}5}{1 + 0{,}06 \times 0{,}5}$$

$$\boxed{D' = \text{Cr\$ } 29{,}13}$$

d) *Diferenças:*

$$\text{Para } n = 1/2 \quad \text{ou} \quad 0 < n < 1$$

$$\text{tem-se } D > D' > Dc$$

e as diferenças são

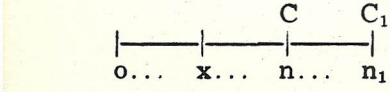
$$D - D' = 30{,}00 - 29{,}13 = \text{Cr\$ } 0{,}87$$
$$D - Dc = 30{,}00 - 28{,}71 = \text{Cr\$ } 1{,}29$$
$$D' - Dc = 29{,}13 - 28{,}71 = \text{Cr\$ } 0{,}42$$

14 — **Equivalência no regime de capitalização composta.** Dois capitais serão equivalentes se, descontados à mesma taxa, apresentarem em determinada época valores atuais iguais. Considerando dois capitais C e C_1 disponíveis, respectivamente, no fim de n e n_1 períodos, a partir da época atual e a uma mesma taxa i relativa a êsses períodos, os valores atuais em uma época de equivalência x a partir da atual, serão

$$A = Cv^{n-x} \quad \text{e} \quad A_1 = C_1 v^{n_1-x}$$

Pela definição de capitais equivalentes, deve-se ter:

$$A = A_1$$

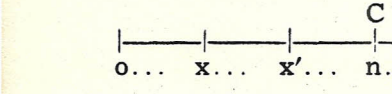


ou

$$\boxed{\begin{array}{l} Cv^{n-x} = C_1 v^{n_1-x} \\ \hline Cu^{x-n} = C_1 u^{x-n_1} \end{array}}$$

Propriedade. Se dois capitais são equivalentes numa certa época, em regime de capitalização composta, são também equivalentes em qualquer outra época.

Considerando uma outra época x' a partir da atual e multiplicando por $v^{x-x'}$ ambos os membros da igualdade



tem-se

$$Cv^{n-x} = C_1 v^{n_1-x}$$
$$Cv^{n-x'} = C_1 v^{n_1-x'}$$

e conclui-se que os capitais também são equivalentes em qualquer época x' a partir da atual. Em particular, para a época atual tem-se x = 0 e a expressão será

$$\boxed{Cv^n = C_1 v^{n_1}}$$

No caso de um capital disponível ser equivalente a vários outros, então seu valor atual em determinada época deverá ser igual à soma dos valores atuais dêsses outros capitais, sendo a todos atribuída a mesma taxa. Assim, deve-se ter

$$A = A_1 + A_2 + \ldots$$

ou $$\boxed{Cv^n = C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots}$$

15 — **Vencimento comum.** Consiste o problema em, conhecidos os capitais C_1, C_2..., disponíveis respectivamente no fim de n_1, n_2... períodos, à mesma taxa i relativa a êsses períodos, calcular:

a) O valor de um outro capital seu equivalente e conhecido o número n no fim do qual está disponível.

b) O número n de períodos no fim do qual um outro capital conhecido esteja disponível.

a) *Determinação do Capital C:*

Dividindo por v^n ambos os membros da expressão

$$Cv^n = C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots$$

tem-se $$\boxed{C = C_1v^{n_1-n} + C_2v^{n_2-n} + \ldots}$$

ou $$\boxed{C = C_1u^{n-n_1} + C_2u^{n-n_2} + \ldots}$$

Exercício:

Um negociante tem de liquidar três dívidas de Cr$ 10.000,00, Cr$ 20.000,00 e Cr$ 5.000,00, respectivamente ao fim de 9 anos, 3 anos e 5 anos. Por quanto essas dívidas podem ser liquidadas em um único pagamento, ao fim de 6 anos, sendo a taxa comum de 6% a.a., o regime de capitalização composta anual e de modo que não haja prejuízo para ambas as partes?

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} C_1 = 10.000 & n_1 = 9 \\ C_2 = 20.000 & n_2 = 3 \\ C_3 = 5.000 & n_3 = 5 \\ i = 6\% \text{ a.a.} & n = 6 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula e simplificando, obtêm-se respectivamente:

$$C = C_1u^{n-n_1} + C_2u^{n-n_2} + C_3u^{n-n_3}$$

$$C = 10.000\ (1{,}06)^{6-9} + 20.000\ (1{,}06)^{6-3} + 5.000\ (1{,}06)^{6-5}$$

$$C = 10.000\ \frac{1}{(1{,}06)^3} + 20.000\ (1{,}06)^3 + 5.000\ (1{,}06)$$

Com auxílio das tábuas financeiras I e II tem-se:

$$C = 10.000 \times 0{,}83961928 + 20.000 \times 1{,}19101600 + 5.000 \times 1{,}06$$
$$C = 8396{,}19 + 23820{,}32 + 5.300{,}00$$

$$\boxed{C = \text{Cr\$ } 37.516{,}51}$$

b) *Determinação do número n de períodos:*

A partir da fórmula $Cv^n = C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots$, obtém-se sucessivamente

$$\frac{C}{u^n} = C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots$$

ou

$$u^n = \frac{C}{C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots}$$

Aplicando logaritmos, tem-se

$$n \log u = \log C - \log\ (C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots)$$

Ou

$$\boxed{n = \frac{\log C - \log\ (C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots)}{\log u}}$$

Exercício:

Ao fim de quanto tempo, a partir da época atual, uma pessoa pode substituir uma dívida de Cr$ 10.000,00, que deve ser paga ao fim de 4 anos, por outra de Cr$ 11.025,00, sendo a taxa comum de 5% a.a., o regime de capitalização composta anual e de modo que não haja prejuízo para ambas as partes?

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} C = 11.025 \\ C_1 = 10.000 \\ t_1 = 4 \text{ anos} \\ i = 5\% \text{ a.a.} \end{cases} \qquad \text{tem-se} \begin{cases} u = 1{,}05 \\ v = \dfrac{1}{1{,}05} \\ n_1 = 4 \end{cases}$$

valores que devem ser levados à expressão

$$Cv^n = C_1v^{n_1}$$

ou $$\frac{C}{u^n} = \frac{C_1}{u^{n_1}}$$

ou ainda $$u^{n-n_1} = \frac{C}{C_1}$$

$$(1{,}05)^{n-4} = \frac{11.025}{10.000}$$

$$(1{,}05)^{n-4} = 1{,}1025$$

Aplicando logaritmos:

$$n - 4 = \frac{\log 1{,}1025}{\log 1{,}05}$$

$$n - 4 = \frac{0{,}0423786}{0{,}0211893}$$

$$n - 4 = 2$$

$$\boxed{n = 6} \qquad \boxed{t = 6 \text{ anos}}$$

16 — **Vencimento médio.** Êste caso pode ser considerado particular do vencimento comum, onde o capital C, disponível e equivalente a outros capitais $C_1, C_2 \ldots$, é igual à soma dêstes. Fazendo

$$C = C_1 + C_2 + \ldots$$

na expressão $$n = \frac{\log C - \log (C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots)}{\log u}$$

obtém-se $$n = \frac{\log (C_1 + C_2 + \ldots) - \log (C_1v^{n_1} + C_2v^{n_2} + \ldots)}{\log u}$$

Exercício:

Qual será o vencimento médio de um capital que substitua dois outros de Cr$ 20.000,00 e Cr$ 10.000,00, disponíveis respectivamente no fim de 3 anos e 8 anos, sendo a taxa comum de 5% a.a.,

o regime de capitalização composta anual e considerada a equivalência?

Resolução:

$$\text{Dados} \begin{cases} C_1 = 20.000 \\ C_2 = 10.000 \\ i = 5 \text{ a.a.} \end{cases} \qquad \begin{cases} t_1 = 3 \text{ anos} \\ t_2 = 8 \text{ anos} \end{cases}$$

$$\text{tem-se} \begin{cases} C_p = C_1 + C_2 = 30.000 \\ n_1 = 3 \quad n_2 = 8 \\ u = 1{,}05 \quad v = \dfrac{1}{u} = \dfrac{1}{1{,}05} \end{cases}$$

Levando êsses valores na expressão:

$$n = \frac{\log (C_1 + C_2 + \ldots) - \log (C_1 v^{n_1} + C_2 v^{n_2} + \ldots)}{\log u}$$

obtém-se

$$n = \frac{\log 30.000 - \log [20.000\ (1{,}05)^{-3} + 10.000\ (1{,}05)^{-9}]}{\log 1{,}05}$$

$$n = \frac{\log 30.000 - \log [20.000 \times 0{,}86383760 + 10.000 \times 0{,}6768393]}{\log 1{,}05}$$

$$n = \frac{\log 30.000 - \log 24045{,}1456}{\log 1{,}05}$$

$$n = \frac{4{,}4771213 - 4{,}3810248}{0{,}0211893}$$

$$n = \frac{0{,}0960965}{0{,}0211893} \qquad \boxed{n = 4{,}53}$$

$$\boxed{t = 4 \text{ anos, } 6 \text{ meses e } 11 \text{ dias}}$$

17 — **Exercícios:**

1. Calcular, por logaritmo e pela tábua financeira, o desconto composto e o valor atual do capital Cr$ 10.000,00, em

regime de capitalização anual, à taxa de 4% a.a., 8 anos antes de seu vencimento.

2. Calcular, pela tábua financeira, o valor atual do capital Cr$ 10.000,00, à taxa de 6% a.a., disponível no fim de 12 anos, sob o regime de capitalização anual.

3. Calcular o valor atual e o desconto composto do capital Cr$ 20.000,00, disponível no fim de 6 anos, à taxa de 5% a.a. e sob o regime de capitalização semestral.

4. O capital Cr$ 50.000,00 sofreu um desconto composto à taxa de 10% a.a., sabendo-se que êsse capital está disponível durante 15 anos e 3 meses em regime de capitalização trimestral. Calcular, com o emprêgo de logaritmo e tábua financeira, o seu valor atual.

5. O capital Cr$ 10.000,00 foi descontado à taxa de 3 3/8% a.a., 12 anos antes de seu vencimento, sob regime de capitalização anual. Calcular o seu valor atual, com auxílio da tábua financeira.

6. Sendo o regime de capitalização semestral, calcular, por tábua financeira e por logaritmo, o valor do capital Cr$ 20.000,00, à taxa de 5 1/4% a.a. e disponível no fim de 5 anos e 6 meses.

7. Calcular, com auxílio da tábua financeira, o valor atual e o desconto composto do capital Cr$ 10.000,00, sendo o regime de capitalização semestral, a taxa 10% a.a., o tempo 16 anos e 9 meses e a convenção linear.

8. Sendo o regime de capitalização anual, calcular, com auxílio da tábua financeira, o valor atual e o desconto composto do capital Cr$ 10.000,00, à taxa de 5 3/8% a.a., 6 anos e 8 meses antes de seu vencimento e sendo a convenção exponencial.

9. Calcular o valor atual do capital Cr$ 5.000,00, sendo o regime de capitalização trimestral, à taxa de 5% a.a., 7 anos, 6 meses e 15 dias antes de seu vencimento e a convenção exponencial.

10. Calcular as diferenças entre o desconto composto e os descontos simples comercial e racional do capital Cr$ 10.000,00, sendo a taxa de 5% a.a. e o tempo 6 anos antes de seu vencimento.

11. Calcular as diferenças entre o desconto racional simples e o desconto composto, se aplicados ao capital Cr$ 20.000,00, à taxa de 5 1/4% a.a., para 3 meses, para 1 ano e para 5 anos e 6 meses.

12. Uma pessoa pode liquidar uma dívida de Cr$ 100.000,00 no fim de 6 anos. Querendo liquidá-la no fim de 12 anos, e sendo a taxa de 5% a.a., quanto deve possuir nessa época?

13. Uma pessoa quer substituir duas dívidas, uma de Cr$ 110.000,00 e a outra de Cr$ 60.000,00, vencíveis respectivamente no fim de 18 anos e 16 anos. Sendo a taxa de 5% a.a., calcular o capital equivalente no fim de 12 anos.

14. Para liquidar três dívidas de Cr$ 30.000,00, Cr$ 40.000,00 e Cr$ 50.000,00, no fim de 6 anos, 4 anos e 2 anos, sendo a taxa comum de 5% a.a., de quanto se deve dispor no fim de 3 anos, para liquidar essas dívidas com um único pagamento, se a capitalização é semestral?

15. Uma pessoa devia liquidar duas dívidas iguais no fim de 3 anos e 7 anos, respectivamente; sendo a taxa de 10% a.a., em regime de capitalização semestral, foi-lhe possível liquidá-las de uma só vez, com Cr$ 100.000,00, no fim de 5 anos. Qual o valor de cada dívida?

16. Deve-se liquidar 3 dívidas de Cr$ 10.000,00, Cr$ 20.000,00 e Cr$ 30.000,00, vencíveis no fim de 10 anos, 8 anos e 3 anos, respectivamente; sendo a taxa de 10% a.a. e o regime de capitalização semestral, de quanto se deve dispor no fim de 5 anos e 6 meses, a fim de liquidar as 3 dívidas de uma só vez?

17. Deve-se pagar uma certa importância, ao fim de 5 anos, que é equivalente a duas outras importâncias consideradas da seguinte forma: uma de Cr$ 20.000,00, a ser paga no fim de 2 anos, e a outra de Cr$ 10.000,00, a ser paga no fim de 9 anos. Quanto se deverá pagar se a taxa é de 5 1/2% a.a. e o regime de capitalização anual?

CAPÍTULO III

RENDAS CERTAS

1 — **Definições fundamentais.** Renda é uma sucessão de pagamentos efetuados em épocas diversas e determinadas. A cada um dêsses pagamentos denomina-se têrmo da renda e comumente toma o nome de *anuidade*, qualquer que seja o período considerado. Se os intervalos de tempo entre os pagamentos forem iguais entre si, diz-se que é uma renda *periódica*. Ainda com relação ao tempo, a renda é denominada *temporária*, *provisória* ou *limitada* e *perpétua* ou *ilimitada*, se o tempo ou número de têrmos fôr finito ou infinito.

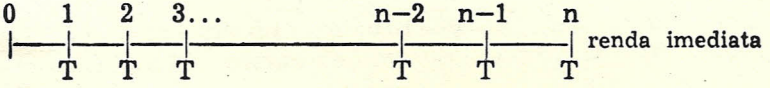
Com relação aos têrmos, a renda pode ser constituída de têrmos iguais ou desiguais entre si. No primeiro caso, a renda é denominada *renda de têrmo constante* ou simplesmente *renda constante*, e, no segundo caso, de *renda de têrmo variável* ou *renda variável*. Se os têrmos da renda forem iguais à unidade, diz-se que é uma *renda unitária*.

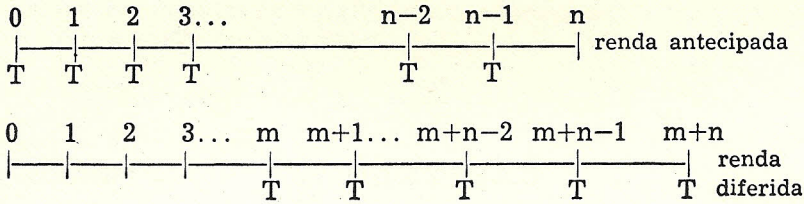
2 — **Classificação.** De conformidade com a época de pagamentos, uma renda pode ser *imediata*, *antecipada* e *diferida*.

Renda imediata ou *postecipada* é a renda cuja época atual, ou de avaliação, coincide com a época inicial. Os pagamentos são feitos no fim de cada período considerado.

Renda antecipada é a renda cuja época atual ou de avaliação é posterior de um período da época inicial. Os pagamentos são feitos no início de cada período considerado.

Renda diferida é a renda cuja época atual ou de avaliação antecede a época inicial de certo número de períodos. Os pagamentos são feitos depois de decorrido determinado tempo ou número de períodos, da época de contrato, e no início ou fim de cada período determinado.





Observação. Nos problemas pertinentes a rendas certas, consideram-se duas questões: a *capitalização*, que consiste na formação de um capital por meio de anuidades empregadas a juros compostos; a *amortização*, que consiste no resgate, por meio de anuidades, de uma dívida contraída a juros compostos.

3 — **Expressão do valor atual de uma renda constante.** Denomina-se valor atual de uma renda à soma dos valores atuais de seus têrmos. Designando por $a_{\overline{n}|}$ (m diferido) o valor atual de uma renda unitária e por $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ os valores atuais, respectivamente, de cada um de seus têrmos, a partir do primeiro até ao n-ésimo têrmo da renda, de acôrdo com a definição, deve-se ter para uma renda constituída de n têrmos iguais a T:

$$A = T\, a_{\overline{n}|} = Ta_1 + Ta_2 + Ta_3 + \ldots + Ta_n$$

Considerando que, de maneira geral, da época atual, em que se calcula o valor atual da renda, até ao vencimento do primeiro têrmo, decorre m + 1 períodos, tem-se, de conformidade com a expressão de valor atual de um capital,

$$A = Tv^{m+1} + Tv^{m+2} + Tv^{m+3} + \ldots + Tv^{m+n}$$

Colocando em evidência o fator comum Tv^m

$$A = Tv^m\,(v + v^2 + v^3 + \ldots + v^n).$$

Verificando que os valores entre parênteses formam uma progressão geométrica de razão v e com n têrmos, cuja soma indicada é obtida de forma

$$S_n = \frac{v^n v - v}{v - 1} = \frac{v^n - 1}{1 - \frac{1}{v}}$$

o valor atual da renda será

$$A = Tv^m \frac{v^n - 1}{1 - \frac{1}{v}}$$

lembrando que $V = \frac{1}{u}$ e substituindo

$$A = T \frac{1}{u^m} \frac{\frac{1}{u^n} - 1}{1 - u}$$

e sendo $u = 1 + r$, tem-se

$$A = T \frac{1}{u^m} \frac{\frac{1}{u^n} - 1}{1 - 1 - r} \quad \text{ou}$$

$$\boxed{A = T \frac{1}{ru^m} \left(1 - \frac{1}{u^n}\right)}$$

A é a expressão geral do valor atual de uma renda constante, da qual se podem deduzir as expressões, para cada caso, segundo os valores atribuídos a *m* e a *n*.

4 — **Expressão do valor atual de uma renda unitária.** Considerando uma renda unitária tem-se $T = 1$ e a expressão geral ficará

$$\boxed{{}_{m|}a_{n|} = \frac{1}{ru^m} \left(1 - \frac{1}{u^n}\right)}$$

5 — **Rendas perpétuas unitárias.** Neste caso, o número n de têrmos da renda é ilimitado, ou seja, $n \to \infty$ e, no limite, a expressão geral do valor atual das rendas ficará

$${}_{m|}a_{\infty|} = \frac{1}{ru^m} (1 - 0)$$

ou $$\boxed{{}_{m|}a_{\infty|} = \frac{1}{ru^m}}$$

que é a expressão geral das rendas perpétuas unitárias, da qual se obtêm as expressões das rendas perpétuas unitárias imediata, antecipada e diferida, de conformidade com a definição de cada uma e, portanto, de acôrdo com os valores de m.

a) m = 0 renda imediata $\boxed{a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{r}}$

b) m = − 1 renda antecipada $\boxed{a_{\overline{\infty}|} = \frac{u}{r}}$

c) m > 0 renda diferida $\boxed{{}_{m|}a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{ru^m}}$

6 — **Rendas temporárias unitárias.** Neste caso o número n de têrmos é limitado e determinado e obtêm-se, a partir da expressão geral do valor atual das rendas unitárias, as expressões dos valores atuais das rendas imediata, antecipada e diferida, segundo os valores atribuídos a m.

a) m = 0 renda imediata $a_{\overline{n}|} = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{u^n}\right)$ ou

$$\boxed{a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}}$$

b) m = − 1 renda antecipada $a_{\overline{n}|} = \frac{1}{ru^{-1}}\left(1 - \frac{1}{u^n}\right)$ ou

$$\boxed{a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^{n-1}}}$$

c) m > 0 renda diferida ${}_{m|}a_{\overline{n}|} = \frac{1}{ru^m}\left(1 - \frac{1}{u^n}\right)$ ou

$$\boxed{{}_{m|}a_{\overline{n}|} = \frac{1}{u^m}\,\frac{u^n - 1}{ru^n}}$$

7 — **Cálculo do valor atual das rendas unitárias temporárias e imediatas.** O cálculo do valor atual de uma renda unitária imediata periódica é feito mediante aplicação da expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

na qual emprega-se logaritmo ou recorre-se a tábuas financeiras.

a) Por logaritmo. Recorrendo-se a logaritmos, tem-se

$$\log a_{\overline{n}|} = \log \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

$$\text{ou} \quad \log a_{\overline{n}|} = \log (u^n - 1) + \operatorname{colog} r + n \operatorname{colog} u.$$

Na aplicação desta expressão deve-se calcular o valor de $\log (u^n - 1)$ e para tal é necessário o cálculo do valor de u^n.

Exercício:

Calcular o valor atual de uma renda anual unitária e imediata de 10 têrmos, sendo a taxa de 5% a.a.

Resolução:

$$\text{Sendo} \begin{cases} i = 5\%. \\ n = 10 \end{cases} \qquad \text{portanto} \begin{cases} r = 0{,}05 \\ u = 1{,}05 \end{cases}$$

Substituindo êsses valores na expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

$$a_{\overline{10}|} = \frac{(1{,}05)^{10} - 1}{0{,}05\ (1{,}05)^{10}}$$

cujo valor pode ser obtido mediante aplicação de logaritmos:

$$\log a_{\overline{10}|} = \log [(1{,}05)^{10} - 1] + \operatorname{colog} 0{,}05 + 10 \operatorname{colog} 1{,}05.$$

Calculando separadamente a expressão $(1{,}05)^{10} - 1$

$$\log 1{,}05^{10} = 10 \log 1{,}05 = 10 \times 0{,}0211893 = 0{,}2118930$$

donde $$1{,}05^{10} = 1{,}628895$$

e $$(1{,}05)^{10} - 1 = 0{,}628895.$$

Substituindo na expressão do $\log a_{\overline{10}|}$ tem-se

$$\log a_{\overline{10}|} = \log 0{,}628895 + \operatorname{colog} 0{,}05 + 10 \operatorname{colog} 1{,}05$$

donde $\log a_{\overline{10}|} = \log 0{,}628895 = 1{,}7985781$

$\text{colog } 0{,}05 = 1{,}3010300$

$10 \text{ colog } 1{,}05 = 1{,}7881070$

$\log a_{\overline{10}|} = 0{,}8877151$

donde $a_{\overline{10}|} = 7{,}721$

$a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 7{,}72$

b) Por tábuas financeiras. A fim de se calcular o valor atual de uma renda unitária e imediata, pode-se utilizar a tábua financeira (tábua IV, anexa), na qual se encontram os valores calculados de $a_{\overline{10}|}$, ou seja $\frac{u^n - 1}{ru^n}$. Para o uso dessa tábua têm-se a destacar quatro casos.

1.º caso: Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua.

2.º caso: O valor da taxa (i) está contido e o do período (n) não está contido na tábua.

3.º caso: O valor da taxa (i) não está contido e o do período (n) está contido na tábua.

4.º caso: O valor da taxa (i) e o do período (n) não estão contidos na tábua.

Nestes dois últimos casos, isto é, se o valor da taxa não se encontra na tábua IV, pode-se utilizar a tábua V, a tábua I ou a interpolação linear.

1.º caso: *Os valores da taxa (i) e do período (n) estão contidos na tábua*: É o caso do exercício anterior, onde os valores da taxa i = 5% a.a. e do período n = 10 são encontrados na tábua IV, anexa, indicando, respectivamente, a coluna e a linha em cujo cruzamento se acha o valor de $a_{\overline{n}|}$, ou seja,

$$a_{\overline{10}|} = 7{,}72173493 \quad \text{ou} \quad a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 7{,}72$$

2.º caso: *O valor da taxa (i) está contido e o do período (n) não está contido na tábua.* Se o valor do período não fôr encontrado na tábua financeira IV, pode-se recorrer à tábua V, desde que contenha o valor do número de períodos em questão. Na

tábua V, estão os valores de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$, o que permite o cálculo de $a_{\overline{n}|}$ uma vez que

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{\frac{1}{a_{\overline{n}|}}}$$

Exercício:

Calcular, com emprêgo da tábua financeira V, o valor atual de uma renda unitária, imediata e anual, sendo a taxa de 5 1/2% a.a. e o número de têrmos igual a 35.

Resolução: Transformando a expressão do valor atual, para emprêgo da tábua V, segundo o especificado, tem-se

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n} \qquad \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

Na tábua financeira V encontra-se, na coluna correspondente a i = 5 1/2% e na linha referente a n = 35, o valor

$$\frac{1}{a_{\overline{35}|}} = 0{,}06497493$$

donde

$$a_{\overline{35}|} = \frac{1}{0{,}06497493}$$

ou

$$a_{\overline{35}|} = 15{,}39055220$$

$$a_{\overline{35}|} = \text{Cr\$ } 15{,}39$$

3.º caso: O valor da taxa (i) não está contido e o do período (n) está contido na tábua. Neste caso pode-se calcular o valor de $a_{\overline{n}|}$, mediante emprêgo da tábua V ou da tábua I, desde que uma dessas tábuas contenha o valor da taxa (i). Caso não o contenha, faz-se uma interpolação linear na tábua IV, desde que existam condições para isso.

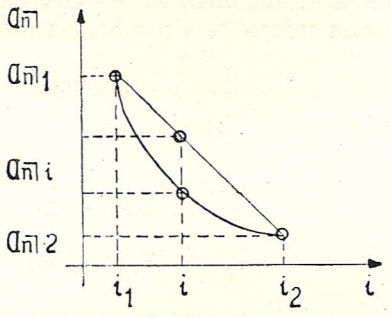
a) *Com auxílio da tábua V*: É suficiente procurar o valor de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ e lembrar que

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{\frac{1}{a_{\overline{n}|}}}$$

b) *Com auxílio da tábua I*: Procura-se na tábua I o valor de u^n e substitui-se êsse valor na expressão do valor atual, calculando-o em seguida.

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

c) *Por interpolação linear*: No caso de se fazer uma interpolação linear deve-se lembrar que o valor assim calculado é aproximado e maior do que o valor real, porque a curva é decrescente e de concavidade voltada para cima.



Para fazer a interpolação linear, procura-se o intervalo em que o valor da taxa está compreendido $i_1 < i < i_2$. Nas colunas referentes aos valores das taxas i_1 e i_2 e na coluna correspondente ao período (n) dado, encontram-se os valores de $a_{\overline{n}|1}$ e $a_{\overline{n}|2}$.

A interpolação faz-se mediante regra de três simples.

Ao acréscimo $i_2 - i_1$ corresponde o decréscimo $a_{\overline{n}|1} - a_{\overline{n}|2}$.

Ao acréscimo $i - i_1$ corresponde o decréscimo $a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n}|1}$.

Portanto $a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|1} - \dfrac{(i - i_1)\ (a_{\overline{n}|1} - a_{\overline{n}|2})}{i_2 - i_1}$

Ou $$\boxed{a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|1} - (i - i_1)\ \frac{\Delta\, a_{\overline{n}|}}{\Delta\, i}}$$

Exercício:

Calcular o valor atual de uma renda unitária imediata, constituída de 7 têrmos, sendo a taxa periódica de 5 1/4% e com auxílio da interpolação linear.

Resolução: Sendo i = 5 1/4%, e estando compreendida no intervalo 5 < 5 1/4 < 5 1/2%, procura-se na tábua IV os valores correspondentes a 5% e 5 1/2% e ao número 10 de têrmos, encontrando

$$i_1 = 5\% \longrightarrow a_{\overline{7}|1} = 5{,}78637340$$

$$i_2 = 5\,1/2\% \longrightarrow a_{\overline{7}|2} : \quad 68296712$$

$$\Delta i = 1/2\% \longrightarrow \Delta\, a_{\overline{7}|} = 0{,}10340628$$

$$1/4\% \longrightarrow x$$

$$x = \frac{0{,}10340628}{2} = 0{,}05170314$$

e o valor de $a_{\overline{n}|}$ será

$$a_{\overline{7}|} \cong a_{\overline{7}|1} - x$$

$$a_{\overline{7}|} \cong 5{,}78637340 - 0{,}05170314$$

$$a_{\overline{7}|} \cong 5{,}7346702$$

$$\boxed{a_{\overline{7}|} \cong \text{Cr\$ } 5{,}73}$$

4.º caso: *Os valores da taxa (i) e do período (n) não estão contidos na tábua.* Neste caso, pode-se utilizar a tábua V ou a tábua I, conforme foi exposto no caso anterior.

Exercício:

Calcular o valor atual de uma renda unitária imediata, sendo a taxa periódica de 2 1/8% e o número de têrmos igual a 60.

Resolução: Como a tábua IV não contém o valor correspondente à taxa 2 1/8% e ao número 60 de períodos, recorre-se à tábua V, encontrando:

$$\frac{1}{a_{\overline{60}|}} = 0{,}02964518$$

Portanto

$$a_{\overline{60}|} = \frac{1}{0{,}02964518}$$

$$a_{\overline{60}|} = 33{,}73229$$

$$\boxed{a_{\overline{60}|} = \text{Cr\$ } 33{,}73}$$

8 — **Cálculo do valor atual das rendas unitárias temporárias e antecipadas.** A fim de se calcular o valor atual de uma renda unitária antecipada, pode-se recorrer a logaritmos ou a tábuas financeiras, e empregando a expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^{n-1}}$$

ou

$$a_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{ru^n}$$

a) *Por logaritmo.* Recorrendo-se a logaritmos, tem-se

$$\log a_{\overline{n}|} = \log u\,\frac{u^n - 1}{ru^n}$$

$$\log a_{\overline{n}|} = \log u + \log\,(u^n - 1) + \operatorname{colog} r + n \operatorname{colog} u$$

Exercício:

Determinar o valor atual de uma renda unitária antecipada, sendo à taxa de 5% a.a. e constituída de 10 têrmos.

Resolução: Sendo

$$\begin{cases} i = 5 \\ n = 10 \end{cases} \qquad \text{tem-se} \qquad \begin{cases} r = 0{,}05 \\ u = 1{,}05 \end{cases}$$

Obtém-se o valor atual dessa renda, substituindo-se êsses valores e empregando-se logaritmos na expressão

$$a_{\overline{n}|} = u \, \frac{u^n - 1}{r u^n}$$

$$a_{\overline{10}|} = 1{,}05 \, \frac{(1{,}05)^{10} - 1}{0{,}05 \, (1{,}05)^{10}}$$

$$\log a_{\overline{10}|} = \log 1{,}05 + \{\log [(1{,}05)^{10} - 1] + \operatorname{colog} 0{,}05 + 10 \operatorname{colog} 1{,}05\}$$

Esta expressão diferencia-se da expressão do exercício resolvido nos tópicos 6 e 7 do log 1,05.

Para se calcular o valor de $\log a_{\overline{10}|}$ é suficiente adicionar log 1,05 ao logaritmo já calculado naquele exercício.

$$\log a_{\overline{10}|} = \log 1{,}05 + \log a_{\overline{10}|}$$

$$\log a_{\overline{10}|} = 0{,}0211893 + 0{,}8877151$$

$$\log a_{\overline{10}|} = 0{,}9089044$$

$$a_{\overline{10}|} = 8{,}107$$

$$\boxed{a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 8{,}11}$$

b) *Pelas tábuas financeiras.* O cálculo do valor atual de uma renda antecipada pode ser feito com auxílio da tábua financeira IV (anexa) e por dois processos.

1.º processo: Tendo em vista as expressões dos valores atuais de uma renda unitária antecipada e de uma renda unitária imediata, constituídas por um mesmo número de têrmos

$$a_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{ru^n}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

e dividindo membro a membro, obtém-se:

$$\frac{a_{\overline{n}|}}{a_{\overline{n}|}} = u \qquad \text{ou} \qquad \boxed{a_{\overline{n}|} = u\,a_{\overline{n}|}}$$

E o valor de $a_{\overline{n}|}$ é obtido multiplicando-se o valor atual de uma renda unitária imediata, constituída por um mesmo número de têrmos, pelo fator de capitalização u. Justifica-se assim o recurso utilizado no exercício anterior, uma vez que

$$\log a_{\overline{n}|} = \log u + \log a_{\overline{n}|}$$

Exercício:

Resolver o exercício anterior, recorrendo à tábua financeira.

Resolução: Sendo i = 5 e n = 10 tem-se, mediante substituição, em

$$a_{\overline{n}|} = u\,a_{\overline{n}|}$$

$$a_{\overline{10}|} = 1{,}05\ a_{\overline{10}|}$$

e, com auxílio da tábua financeira IV (anexa),

$$a_{\overline{10}|} = 1{,}05 \times 7{,}72173493$$

$$a_{\overline{10}|} = 8{,}10782168$$

$$\boxed{a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 8{,}11}$$

2.º processo: Considerem-se duas rendas unitárias antecipada e imediata, respectivamente com n e n − 1 têrmos. Os seus valores são expressos por

$$a_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{ru^n} = \frac{u^n - 1}{ru^{n-1}}$$

$$a_{\overline{n-1}|} = \frac{u^{n-1} - 1}{ru^{n-1}}$$

Subtraindo membro a membro essas duas igualdades obtém-se

$$a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n-1}|} = \frac{u^n - 1 - (u^{n-1} - 1)}{ru^{n-1}}$$

$$a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n-1}|} = \frac{u^n - 1 - u^{n-1} + 1}{ru^{n-1}}$$

Simplificando, e evidenciando o fator comum u^{n-1},

$$a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n-1}|} = \frac{u^{n-1}\,(u - 1)}{ru^{n-1}}$$

Simplificando e substituindo o valor de u = 1 + r

$$a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n-1}|} = \frac{1 + r - 1}{r}$$

ou

$$a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n-1}|} = 1$$

donde

$$\boxed{a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n-1}|} + 1}$$

Verifica-se que o valor atual de uma renda unitária antecipada de n têrmos pode ser obtida, somando uma unidade ao valor atual de uma renda unitária e imediata de (n − 1) têrmos.

Exercício:

Resolver o exercício anterior mediante o 2.º processo, com o emprêgo da tábua financeira.

Resolução: Sendo n = 10 e n − 1 = 9, e empregando a expressão

$$a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n-1}|} + 1$$

$$a_{\overline{10}|} = a_{\overline{9}|} + 1$$

com auxílio da tábua financeira IV (anexa), tem-se

$$a_{\overline{10}|} = 7{,}10782168 + 1$$

donde

$$a_{\overline{10}|} = 8{,}10782168$$

$$\boxed{a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 8{,}11}$$

9 — **Cálculo do valor atual das rendas unitárias temporárias e diferidas.** Se considerada uma renda unitária temporária com n têrmos e diferida de m períodos, calcula-se o seu valor, recorrendo-se a logaritmos ou às tábuas financeiras, e com emprêgo da expressão:

$$_{m|}a_{\overline{n}|} = \frac{1}{u^m} \cdot \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

a) *Por logaritmo.* A expressão do valor atual da renda unitária diferida $_{m|}a_{\overline{n}|}$ pode ser escrita da maneira seguinte

$$_{m|}a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^{m+n}}$$

Empregando logaritmo, e lembrando as propriedades do logaritmo, teremos

$$\log {}_{m|}a_{\overline{n}|} = \log (u^n - 1) + \operatorname{colog} r + (m + n) \operatorname{colog} u$$

Exercício:

Calcular o valor atual de uma renda unitária de 10 têrmos, diferida de 3 períodos e sendo a taxa de 5% a.a.

Resolução: Sendo

$$\begin{cases} n = 10 \\ m = 3 \\ i = 5\% \end{cases} \qquad \text{tem-se} \qquad \begin{cases} m + n = 13 \\ r = 0{,}05 \\ u = 1{,}05 \end{cases}$$

Substituindo êsses valores e aplicando logaritmo na expressão

$$ {}_{m|}a_{\overline{n|}} = \frac{u^n - 1}{ru^{m+n}} $$

$$ {}_{3|}a_{\overline{10|}} = \frac{(1{,}05)^{10} - 1}{0{,}05\ (1{,}05)^{13}} $$

$$ \log {}_{3|}a_{\overline{10|}} = \log \left[(1{,}05)^{10} - 1 \right] + \operatorname{colog} 0{,}05 + 13 \operatorname{colog} 1{,}05 $$

$$ \log {}_{3|}a_{\overline{10|}} = \left| \begin{array}{rl} \log\ [(1{,}05)^{10} - 1] & = \bar{1}{,}7985781 \\ \operatorname{colog}\ 0{,}05 & = 1{,}3010300 \\ 13 \operatorname{colog} 1{,}05 & = \bar{1}{,}7245391 \\ \hline \log {}_{3|}a_{\overline{10|}} & = 0{,}8241472 \end{array} \right. $$

donde $ {}_{3|}a_{\overline{10|}} = 6{,}670 $

$$ \boxed{ {}_{3|}a_{\overline{10|}} = \text{Cr\$ } 6{,}67 } $$

b) *Pelas tábuas financeiras.* Considerando duas rendas unitárias imediatas, com m + n têrmos e m têrmos, respectivamente, os seus valores atuais serão

$$ a_{\overline{m+n|}} = \frac{u^{m+n} - 1}{ru^{m+n}} = \frac{1}{ru^m} \cdot \frac{u^{m+n} - 1}{u^n} $$

$$ a_{\overline{m|}} = \frac{u^m - 1}{ru^m} $$

Subtraindo membro a membro essas duas igualdades, teremos

$$ a_{\overline{m+n|}} - a_{\overline{m|}} = \frac{1}{ru^m} \cdot \frac{u^{m+n} - 1 - u^n(u^m - 1)}{u^n} $$

$$ a_{\overline{m+n|}} - a_{\overline{m|}} = \frac{1}{ru^m} \cdot \frac{u^{m+n} - 1 - u^{m+n} + u^n}{u^n} $$

$$ a_{\overline{m+n|}} - a_{\overline{m|}} = \frac{1}{ru^m} \cdot \frac{u^n - 1}{u^n} $$

Verificando que o segundo membro é a expressão do valor atua

de uma renda unitária de n têrmos e diferida de m períodos, pode-se escrever

$$a_{\overline{m+n}|} - a_{\overline{n}|} = {}_{m|}a_{\overline{n}|}$$

ou $$\boxed{{}_{m|}a_{\overline{n}|} = a_{\overline{m+n}|} - a_{\overline{m}|}}$$

E conclui-se que o valor atual de uma renda unitária de n têrmos e diferida de m têrmos é igual à diferença entre os valores atuais de duas rendas unitárias imediatas, respectivamente, de (m + n) têrmos e m têrmos.

Exercício:

Resolver o exercício anterior, recorrendo à tábua financeira.

Resolução: Com n = 10 e m = 3 tem-se m + n = 13 e resultará da expressão

$${}_{m|}a_{\overline{n}|} = a_{\overline{m+n}|} - a_{\overline{m}|}$$

$${}_{3|}a_{\overline{10}|} = a_{\overline{13}|} - a_{\overline{3}|}$$

e, com auxílio da tábua financeira IV (anexa), onde, para a taxa 5% a.a. e os números de períodos 13 e 3, respectivamente, encontram-se os valores atuais das rendas unitárias imediatas. Portanto a expressão fica

$${}_{3|}a_{\overline{10}|} = 9{,}39357299 - 2{,}72324803$$

$${}_{3|}a_{\overline{10}|} = 6{,}67032496$$

$$\boxed{{}_{3|}a_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 6{,}67}$$

10 — **Cálculo do valor atual de uma renda constante.** Já foi visto que o valor atual de uma renda constante é dado pela expressão

$$A = T\ a_{\overline{m\ n}|}$$

e obtém-se o valor atual de uma renda constante, de têrmos iguais a T, multiplicando-o pelo valor atual de uma renda unitá-

ria, com igual número de têrmos e considerada a mesma taxa de juros.

De conformidade com o valor de m, tem-se o valor atual de uma renda constante imediata, antecipada ou diferida.

a) *Renda Imediata*: Sendo a renda imediata, tem-se $m = 0$ e o valor atual será

$$A = T\, a_{\overline{n}|} \qquad \text{com} \qquad a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

O valor de $a_{\overline{n}|}$ pode ser calculado de conformidade com o exposto no tópico 7.

Exercício:

Que dívida pode ser amortizada em 10 prestações anuais iguais a Cr$ 2.000,00, sendo a taxa de 5% a.a.?

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda imediata de $n = 10$ têrmos de $T = 2.000$ cruzeiros, à taxa $i = 5\%$ e cujo valor atual A, que é a dívida, é dado pela expressão

$$A = T\, a_{\overline{n}|} \qquad \text{com} \qquad a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

Substituindo pelos valores dados, tem-se

$$A = 2.000\; a_{\overline{10}|}$$

cujo valor de $a_{\overline{10}|} = 7{,}7217349$ já foi calculado no tópico 7.

$$A = 2.000 \times 7{,}7217349$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 15.443{,}46}$$

b) *Renda Antecipada*: No caso de a renda ser antecipada, e portanto $m = -1$, tem-se o valor atual

$$A = T\, a_{\overline{n}|} \qquad \text{com} \qquad a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^{n-1}}$$

e o valor de $a_{\overline{n}|}$ pode ser calculado de conformidade com o exposto no tópico 8.

Exercício:

Que dívida pode ser amortizada em 10 prestações anuais iguais a Cr$ 2.000,00, sendo a taxa de 5% a.a. e de modo que a primeira prestação seja feita no ato do empréstimo?

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda antecipada com n = 10 têrmos iguais a T = 2.000, taxa i = 5% e o valor atual, que é a dívida, dado pela expressão

$$A = T\, a_{\overline{n}|}$$

Substituindo pelos valores dados, tem-se

$$A = 2.000\ a_{\overline{10}|}$$

O valor de $a_{\overline{10}|} = 8{,}10782168$ foi calculado no tópico 8.

$$A = 2.000 \times 8{,}10782168$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 16.215{,}64}$$

c) *Renda Diferida:* No caso de a renda ser diferida, tem-se m > 1 e o seu valor atual será

$$A = T\, {}_{m}|a_{\overline{n}|} \quad \text{com} \quad {}_{m}|a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r u^{m+n}}$$

E o valor de ${}_{m}|a_{\overline{n}|}$ pode ser calculado de conformidade com o exposto no tópico 9.

Exercício:

Que dívida pode ser amortizada em 10 prestações anuais iguais a Cr$ 2.000,00, sendo a taxa de 5% a.a. e o primeiro pagamento a ser feito após decorridos 3 anos?

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda de n = 10 têrmos iguais a T = 2.000, diferida de m = 3 períodos e taxa i = 5%. O valor atual dessa renda, que é a dívida, é dado por

$$A = T\, {}_{m}|a_{\overline{n}|}$$

$$A = 2.000\ {}_{3}|a_{\overline{10}|}$$

cujo valor ${}_3|a\overline{}_{10|} = 6{,}67032496$ foi calculado no tópico 9.

$$A = 2.000 \times 6{,}67032496$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 13.340{,}65}$$

11 — **Montante das rendas constantes e temporárias.** Denomina-se montante de uma renda a soma dos montantes de seus têrmos. A partir do que foi visto em capitais equivalentes, o montante de uma renda é o montante de seu valor atual. Designando por M o montante de uma renda constante temporária e sendo o seu valor atual ${}_m|a\overline{}_{n|}$, deve-se ter

$$M = Au^n = T\,{}_m|a\overline{}_{n|}\,u^n$$

ou

$$A = T\frac{1}{ru^m}\left(1 - \frac{1}{u^n}\right)u^n$$

Portanto

$$\boxed{M = T\frac{u^n - 1}{ru^m}}$$

é a expressão geral do montante de uma renda constante da qual se podem deduzir as expressões para cada caso, segundo os valores atribuídos a m.

12 — **Montante de uma renda unitária e temporária.** Na expressão do montante de uma renda constante para $T = 1$ e designando por ${}_m|s\overline{}_{n|}$ o montante de uma renda unitária, tem-se

$${}_m|s\overline{}_{n|} = \frac{u^n - 1}{ru^m}$$

que é a expressão geral das rendas unitárias e temporárias. De conformidade com o valor de m, tem-se

$$m = 0 \quad \text{imediata} \quad {}_0|s\overline{}_{n|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

$$m = -1 \quad \text{antecipada} \quad {}_{-1}|s\overline{}_{n|} = u\frac{u^n - 1}{r}$$

13 — **Cálculo do montante de uma renda unitária imediata.** O cálculo do montante de uma renda unitária e imediata se faz

mediante emprêgo de logaritmo ou utilizando-se a tábua financeira e a partir da expressão

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

Exercício:

Calcular o montante de uma renda unitária imediata constituída por 10 têrmos, sendo a taxa periódica de 5%.

Resolução:

a) *Por logaritmo.* Aplicando logaritmo na expressão

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

$$\log s_{\overline{n}|} = \log (u^n - 1) + \operatorname{colog} r.$$

Substituindo pelos valores dados $u = 1{,}05$ e $n = 10$

$$\log s_{\overline{10}|} = \log (1{,}05^{10} - 1) + \operatorname{colog} 0{,}05$$

Calculando separadamente a expressão $(1{,}05^{10} - 1)$

$$\log 1{,}05^{10} = 10 \log 1{,}05 = 0{,}2118930$$

Portanto $1{,}05^{10} = 1{,}628895$

e $1{,}05^{10} - 1 = 0{,}628895$

Substituindo na expressão de $\log s_{\overline{10}|}$, tem-se

$$\log s_{\overline{10}|} = \log 0{,}628895 + \operatorname{colog} 0{,}05$$

$$\log s_{\overline{10}|} = \bar{1}{,}7987781 + 1{,}3010300$$

$$\log s_{\overline{10}|} = 1{,}0996081$$

Portanto $= 12{,}577$

$$\boxed{s_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 12{,}58}$$

b) *Por tábua financeira.* Sendo a taxa $i = 5\%$ e o número de têrmos $n = 10$, com auxílio da tábua financeira III, encontra-se o valor de

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r} \qquad s_{\overline{10}|} = \frac{(1{,}05)^{10} - 1}{0{,}05}$$

ou seja $$s_{\overline{10}|} = 12{,}57789254$$

$$\boxed{s_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 12{,}58}$$

14 — Cálculo do montante de uma renda unitária antecipada. A fim de se calcular o montante de uma renda unitária antecipada, deve-se empregar a expressão

$$s_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{r}$$

cujo valor pode ser calculado com auxílio de logaritmo ou da tábua financeira III.

Exercício:

Calcular o valor atual de uma renda unitária antecipada, constituída de 10 têrmos, sendo a taxa periódica de 5%.

Resolução: a) *Por logaritmo.* Aplicando logaritmos na expressão

$$s_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{r}$$

$$\log s_{\overline{n}|} = \log u + \log\,(u^n - 1) + \operatorname{colog} r$$

Substituindo pelos valores dados $n = 10$ e $u = 1{,}05$

$$\log s_{\overline{n}|} = \log 1{,}05 + \log\,(1{,}05^{10} - 1) + \operatorname{colog} 0{,}05$$

e com auxílio da tábua de logaritmos

$$\begin{aligned} \log 1{,}05 &= 0{,}0211893 \\ \log\,(1{,}05^{10} - 1) &= \overline{1}{,}7985781 \\ \operatorname{colog} 0{,}05 &= 1{,}3010300 \\ \hline \log s_{\overline{10}|} &= 1{,}1207974 \end{aligned}$$

Portanto $s_{\overline{10}|} = 13{,}206$

ou $\boxed{s_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 13{,}21}$

b) *Por tábua financeira.* Para se calcular o valor atual da renda unitária antecipada, podem-se utilizar dois processos e com auxílio da tábua financeira III.

1.º processo: Sendo o montante de uma renda antecipada dado pela expressão $s_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{r}$ e lembrando que o montante de uma renda imediata se obtém com o emprêgo da expressão $s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$ e mediante substituição, tem-se a relação entre os montantes das duas rendas

$$s_{\overline{n}|} = u\, s_{\overline{n}|}$$

cujo valor $s_{\overline{n}|}$ é dado pela tábua financeira III. Aplicando essa relação para as condições do exercício, tem-se

$$s_{\overline{10}|} = 1{,}05\ s_{\overline{10}|}$$

e com auxílio da tábua III tem-se

$$s_{\overline{10}|} = 1{,}05 \times 12{,}57789254$$

$$s_{\overline{10}|} = 13{,}20678716$$

$$\boxed{s_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 13{,}21}$$

2.º processo: Considerando uma renda imediata de $n+1$ têrmos e uma renda antecipada de n têrmos, e sendo ambas unitárias, as expressões dos seus montantes são:

$$s_{\overline{n+1}|} = \frac{u^{n+1} - 1}{r}$$

$$s_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{r} = \frac{u^{n+1} - u}{r}$$

e, mediante subtração das expressões, encontra-se

$s_{\overline{n+1}|} - s_{\overline{n}|} = \frac{u-1}{r}$ e, sendo $u = 1 + r$, tem-se, por substituição,

$s_{\overline{n+1}|} - s_{\overline{n}|} = 1$ ou

$$\boxed{s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n+1}|} - 1}$$

e conclui-se que o montante de uma renda unitária antecipada de n têrmos pode ser obtido subtraindo uma unidade de uma renda imediata com n + 1 têrmos.

Aplicando ao exercício, tem-se

$$s_{\overline{10}|} = s_{\overline{11}|} - 1.$$

Utilizando-se a tábua III, encontra-se o valor do montante $s_{\overline{11}|}$ da renda com 11 têrmos. Portanto o valor de $s_{\overline{10}|}$ será

$$s_{\overline{10}|} = 14{,}20678716 - 1$$

$$s_{\overline{10}|} = 13{,}20678716$$

$$\boxed{s_{\overline{10}|} = \text{Cr\$ } 13{,}21}$$

15 — **Cálculo do montante de uma renda constante e temporária.** O cálculo do montante de uma renda constante e temporária é feito com o emprêgo da expressão

$$M = T\, {}_{m}s_{\overline{n}|} \quad \text{com} \quad {}_{m}s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^m}$$

onde o montante da renda constante é obtido multiplicando-se o valor do seu têrmo T pelo montante de uma renda unitária, com igual número de têrmos e mesma taxa de juros.

De conformidade com o valor de m, tem-se o montante de uma renda imediata e antecipada.

a) *Renda imediata.* No caso de a renda ser imediata tem-se m = 0 e o montante será

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \quad \text{com} \quad s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

Exercício:

Calcular o montante de uma renda imediata, de 10 têrmos iguais a Cr$ 20.000,00, sendo a taxa de 5% a.a.

Resolução: Segundo as condições do exercício, $i = 5$, $n = 10$ e $T = 20.000$, obtém-se o montante da renda levando êsses valores na expressão:

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \qquad M = 20.000\, s_{\overline{10}|}$$

cujo valor $s_{\overline{10}|} = 12{,}57789254$ foi calculado no tópico 13.

$$M = 20.000 \times 12{,}57789254$$

$$\boxed{M = \text{Cr\$ } 251.557{,}85}$$

b) *Renda antecipada.* No caso de a renda ser antecipada, tem-se $m = -1$ e o montante será

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \qquad \text{com} \qquad s_{\overline{n}|} = u\,\frac{u^n - 1}{r}.$$

Exercício:

Uma pessoa emprega Cr$ 20.000,00 no início de cada ano. Sendo a taxa de juros de 5% a.a. e a capitalização anual, calcular o capital constituído no fim de 10 anos.

Resolução: Pelas condições do exercício tem-se uma renda antecipada constituída por $n = 10$ têrmos, $T = 20.000$ e taxa $i = 5$, cujo montante é obtido

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \qquad M = 20.000\, s_{\overline{10}|}.$$

O valor de $s_{\overline{10}|} = 13{,}20678716$ (calculado no tópico 14).

$$M = 20.000 \times 13{,}20678716$$

$$\boxed{M = \text{Cr\$ } 264.135{,}74}$$

16 — Cálculo do têrmo de uma renda conhecido o valor atual. A fim de se calcular o têrmo de uma renda constante, se conhe-

cidos o seu valor atual, a taxa e o número de têrmos, utiliza-se a expressão geral do seu valor atual, mediante transformação conveniente. A partir de

$$A = \frac{T}{ru^m}\left(1 - \frac{1}{u^n}\right) \qquad \text{tem-se} \qquad T = A\,\frac{ru^{m+n}}{u^n - 1}$$

e, de conformidade com valores particulares atribuídos a m, tem-se a expressão do têrmo de uma renda imediata, antecipada ou diferida, em função do valor atual, da taxa e do número de têrmos.

a) *Renda imediata.* No caso de a renda ser imediata, tem-se $m = 0$ e o valor do têrmo será

$$T = A\,\frac{ru^n}{u^n - 1}$$

que pode ser calculado com emprêgo de logaritmo ou por tábua financeira.

Exercício:

Uma pessoa quer amortizar uma dívida de Cr$ 100.000,00, mediante prestações semestrais e durante 5 anos. Sendo a taxa de 12% a.a., calcular o valor de cada prestação.

Resolução: Pelas condições, tem-se uma renda imediata de 10 têrmos à taxa $i = 12/2 = 6\%$ e $n = 2 \times 5 = 10$ têrmos. O valor de cada têrmo será obtido com emprêgo da expressão

$$T = A\,\frac{ru^n}{u^n - 1}$$

e com auxílio de logaritmo ou da tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Com os valores substituídos, tem-se

$$T = 100.000\,\frac{0{,}06\,(1{,}06)^{10}}{(1{,}06)^{10} - 1}$$

Empregando logaritmo, obtém-se

$$\log T = \log 100.000 + \log 0{,}06 + 10 \log 1{,}06 + \operatorname{colog}\,(1{,}06^{10} - 1)$$

e, para obter log T, torna-se necessário o cálculo de $\log\,(1{,}06^{10} - 1)$

sendo $\log 1{,}06^{10} = 10 \log 1{,}06 = 0{,}2530590$

tem-se $1{,}06^{10} = 1{,}79084$

e $1{,}06^{10} - 1 = 0{,}79084$

$\log\ (1{,}06^{10} - 1) = \log\ 0{,}79084 = \overline{1}{,}8980887$

e $\text{colog}\ (1{,}06^{10} - 1) = 0{,}1019113$

O valor de log T será então

$\log\ 100.000$	$= 5{,}0000000$
$10\ \log\ 1{,}06$	$= 0{,}2530590$
$\log\ 0{,}06$	$= \overline{2}{,}7781513$
$\text{colog}\ (1{,}06^{10} - 1)$	$= 0{,}1019113$
$\log\ T$	$= 4{,}1331216$

e o valor do têrmo

$$\boxed{T = \text{Cr\$ } 13.586{,}80}$$

II) *Por tábua financeira.* Considerando a expressão do têrmo de uma renda imediata

$$T = A\,\frac{ru^n}{u^n - 1}$$

e sendo $\dfrac{1}{a_{\overline{n}|}} = \dfrac{ru^n}{u^n - 1}$ pode-se escrever

$$\boxed{T = A\,\frac{1}{a_{\overline{n}|}}}$$

Os valores de $\dfrac{1}{a_{\overline{n}|}}$ são têrmos de uma renda imediata de valor atual unitário e são encontrados na tábua financeira V.

Aplicando essa expressão ao exercício dado tem-se

$$T = 100.000\,\frac{1}{a_{\overline{10}|}}$$

e sendo a taxa de 6%, encontra-se na tábua V o valor de $\frac{1}{a_{\overline{10}|}}$

$$T = 100.000 \times 0,13586796$$

$$\boxed{T = Cr\$\ 13,586,80}$$

b) *Renda antecipada.* No caso de a renda ser antecipada, tem-se m = − 1 e o valor do têrmo será

$T = A \frac{ru^n - 1}{u^n - 1}$ que pode ser calculado com emprêgo de logaritmos ou tábua financeira.

Exercício:

Calcular o valor do têrmo de uma renda antecipada constituída por 10 têrmos, sendo a taxa periódica de 6% a.a. e o seu valor atual de Cr$ 100.000,00.

Resolução: Levando êsses valores na expressão do têrmo de uma renda antecipada $T = A \frac{ru^n - 1}{u^n - 1}$ tem-se o valor do têrmo, com aplicação de logaritmo ou de tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Substituídos os valores dados, tem-se

$$T = 100.000 \frac{0,06\ (1,06)^9}{(1,06)^{10} - 1}$$

Aplicando logaritmos nessa expressão
$\log T = \log 100.000 + 9 \log 1,06 + \log 0,06 + \operatorname{colog} (1,06^{10} - 1)$.
Determinando os logaritmos, e efetuando as operações indicadas, tem-se

$\log 100.000$	$= 5,0000000$
$9 \log 1,06$	$= 0,2277531$
$\log 0,06$	$= \overline{2},7781513$
$\operatorname{colog} (1,06^{10} - 1)$	$= 0,1019113$
$\log T$	$= 4,1078157$

Portanto $\boxed{T = Cr\$\ 12.817,73}$

II) *Por tábua financeira.* O cálculo do valor do têrmo de uma renda antecipada, a partir do seu valor atual, pode ser feito com auxílio das tábuas financeiras e mediante dois processos:

1.º processo — Com auxílio da tábua V. Considerando duas rendas, sendo uma antecipada e a outra imediata, constituídas pelo mesmo número de têrmos e de valores atuais iguais, têm-se, respectivamente, para seus têrmos

$$T = A \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

$$T_p = Au \frac{ru^n}{u^n - 1} .$$

Dividindo membro a membro essas expressões, resulta

$$\frac{T}{T_p} = \frac{1}{u} \qquad \text{ou} \qquad T = \frac{1}{u} T_p$$

e, lembrando ser $T_p = A \dfrac{1}{a_{\overline{n}|}}$, obtém-se, mediante substituição,

$$\boxed{T = A \frac{1}{u} \frac{1}{a_{\overline{n}|}}}$$

Aplicando essa expressão no exercício dado, tem-se

$$T = 100.000 \frac{1}{1,06} \frac{1}{a_{\overline{10}|}}$$

e com auxílio da tábua financeira V

$$T = 100.000 \times \frac{1}{1,06} \times 0,13586796$$

$$\boxed{T = Cr\$\ 12.817,73}$$

2.º processo — Com auxílio da Tábua IV. Pode-se calcular o valor do têrmo de uma renda constante antecipada, mediante

aplicação da tábua financeira IV, lembrando que o seu valor atual é

$$A = T\,a_{\overline{n}|} \qquad \text{portanto} \qquad T = \frac{A}{a_{\overline{n}|}}$$

e, sendo $a_{\overline{n}|} = a_{\overline{n-1}|} + 1$, tem-se

$$\boxed{T = \frac{A}{a_{\overline{n-1}|} + 1}}$$

o valor $a_{\overline{n-1}|}$ é encontrado na tábua IV.

Aplicando essa expressão no exercício dado obtém-se

$$T = \frac{100.000}{a_{\overline{9}|} + 1} \quad \text{e com auxílio da tábua IV}$$

$$T = \frac{100.000}{6{,}80169227 + 1} \qquad T = \frac{100.000}{7{,}80169227}$$

$$\boxed{T = \text{Cr\$ } 12.817{,}73}$$

c) *Renda diferida.* No caso da renda diferida de m períodos, o valor do seu têrmo é

$$T = A\,\frac{ru^{m+n}}{u^n - 1}$$

que pode ser obtido com aplicação de logaritmos e de tábuas financeiras.

Exercício:

Uma pessoa quer amortizar uma dívida de Cr$ 100.000,00 em prestações semestrais e durante 6 anos, sendo que o primeiro pagamento será feito após decorridos 4 anos a partir da época atual. Calcular o valor de cada prestação, sabendo-se ser a taxa de 12% a.a. e a capitalização composta semestral.

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda diferida de $m = 2$ períodos, constituída por $n = 12 - 2 = 10$ têrmos e cujo valor atual $A = 100.000$ é a dívida e a taxa $i = 12/2 = 6\%$. O valor de seu têrmo (prestação) pode ser calculado com auxílio de logaritmo ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Levando os valores dados na expressão do têrmo

$$T = A \frac{ru^{m+n}}{u^n - 1} \qquad T = 100.000 \frac{0{,}06\ (1{,}06)^{12}}{1{,}06^{10} - 1}$$

Aplicando logaritmo nessa relação

$$\log T = \log 100.000 + 12 \log 1{,}06 + \log 0{,}06 + \operatorname{colog}\ (1{,}06^{10} - 1)$$

Determinando os logaritmos e efetuando as operações

$\log\ 100.000$	$= 5{,}0000000$
$12 \log\ 1{,}06$	$= 0{,}3036708$
$\log\ 0{,}06$	$= \overline{2}{,}7781513$
$\operatorname{colog}\ (1{,}06^{10} - 1)$	$= 0{,}1019113$
$\log\ T$	$= 4{,}1837334$

Portanto $\boxed{T = Cr\$\ 15.266{,}12}$

II) *Por tábua financeira.* O valor do têrmo de uma renda diferida pode ser calculado com auxílio das tábuas financeiras, mediante dois processos:

1.º processo — Com auxílio das tábuas I e V. Consideremos duas rendas constituídas de n têrmos e de valores atuais iguais, sendo uma diferida de m têrmos e a outra imediata. Os seus têrmos serão, respectivamente,

$$T = A \frac{ru^{m+n}}{u^n - 1}$$

$$T_p = A \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

Dividindo membro a membro tem-se

$$\frac{T}{T_p} = u^m \qquad \text{ou} \qquad T = T_p\, u^m$$

Lembrando que $T_p = A \dfrac{1}{a_{\overline{n}|}}$ e substituindo

$$\boxed{T = A \frac{1}{a_{\overline{n}|}} u^m}$$

pode-se dizer que o têrmo de uma renda

diferida de m períodos é o montante do têrmo de uma renda imediata, com mesmo número de têrmos e durante m períodos, nas mesmas condições de taxa de juros.

O valor de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ é encontrado na tábua V e o valor de u^m na tábua I.

Aplicando essa expressão ao exercício dado, tem-se

$$T = 100.000 \frac{1}{a_{\overline{10}|}} (1,06)^2$$

e, com auxílio das tábuas V e I, encontra-se

$$T = 100.0000 \times 0,13586796 \times 1,12360000$$

ou $\boxed{T = Cr\$\ 15.266,12}$

2.º processo — Com auxílio da tábua IV. Considerando a expressão do valor atual de uma renda diferida

$$A = T_{m|}a_{\overline{n}|}$$

mediante transformação obtém-se

$$T = \frac{A}{{}_{m|}a_{\overline{n}|}}$$

e sendo $${}_{m|}a_{\overline{n}|} = a_{\overline{m+n}|} - a_{\overline{m}|}$$

Tem-se $$\boxed{T = \frac{A}{a_{\overline{m+n}|} - a_{\overline{m}|}}}$$

Empregando essa expressão no exercício dado

$$T = \frac{100.000}{a_{\overline{12}|} - a_{\overline{2}|}}$$

$$T = \frac{100.000}{8,38384394 - 1,83339267}$$

$$T = \frac{100.000}{6,55045127}$$

$$\boxed{T = Cr\$\ 15.266,12}$$

17 — **Cálculo do têrmo de uma renda constante, conhecido o montante.** Considerando-se uma renda constante com n têrmos iguais a T, cujo montante é dado pela expressão geral

$$M = T\,\frac{u^n - 1}{ru^m}$$

da qual, mediante transformação, obtém-se

$$T = M\,\frac{ru^m}{u^n - 1}$$

e, de conformidade com os valores particulares de m, tem-se o têrmo de uma renda imediata ou antecipada.

a) *Renda Imediata.* No caso da renda imediata, tem-se $m = 0$ e o valor do têrmo será

$$T = M\,\frac{r}{u^n - 1}$$

que pode ser calculado com emprêgo de logaritmo ou tábua financeira.

Exercício:

Calcular o têrmo de uma renda imediata e semestral de 10 têrmos, cujo montante, à taxa de 12% a.a., é de Cr$ 100.000,00.

Resolução: Sendo a taxa semestral $i = 12/2 = 6\%$, o número de têrmos $n = 10$, o valor do montante $M = 100.000$ e a renda imediata, o valor do têrmo pode ser calculado com emprêgo de logaritmo ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Levando os valores dados na expressão

$$T = M\,\frac{r}{u^n - 1} \qquad T = 100.000\,\frac{0,06}{1,06^{10} - 1}$$

e, aplicando logaritmos, tem-se

$$\log T = \log 100.000 + \log 0,06 + \operatorname{colog}\,(1,06^{10} - 1)$$

Determinando os logaritmos e efetuando as operações,

$$\begin{aligned} \log\ 100.000 &= 5{,}0000000 \\ \log\ 0{,}06 &= \bar{2}{,}7781513 \\ \operatorname{colog}\ (1{,}06^{10} - 1) &= 0{,}1019113 \\ \hline \log\ T &= 3{,}8800626 \end{aligned}$$

Portanto $\boxed{T = Cr\$\ 7.586{,}80}$

II) *Por tábuas financeiras.* O têrmo de uma renda imediata pode ser obtido pelas tábuas financeiras, mediante dois processos:

1.º processo — Com auxílio da tábua III. A partir da expressão do têrmo de uma renda imediata

$$T = M\,\frac{r}{u^n - 1} \qquad \text{onde} \qquad \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{r}{u^n - 1}$$

obtém-se, mediante substituição,

$$\boxed{T = \frac{M}{s_{\overline{n}|}}}$$

e o valor do têrmo pode ser calculado com auxílio da tábua III, onde é encontrado $s_{\overline{n}|}$. Aplicando essa expressão no exercício dado

$$T = \frac{100.000}{s_{\overline{10}|}}$$

$$T = \frac{100.000}{13{,}1807949}$$

$$\boxed{T = Cr\$\ 7.586{,}80}$$

2.º processo — Com auxílio da tábua V. Considerando o valor atual e o montante de uma renda unitária, constituída por n têrmos, tem-se, respectivamente, para seus inversos

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{r}{u^n - 1}$$

Subtraindo membro a membro essas expressões

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{r(u^n - 1)}{u^n - 1}$$

ou $$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r$$

e o valor do têrmo de uma renda constante com n têrmos será

$$T = M \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$$

ou $$\boxed{T = M \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r\right)}$$

sendo o valor $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ encontrado na tábua V.

Empregando essa expressão no exercício dado, tem-se

$$T = 100.000 \left(\frac{1}{a_{\overline{10}|}} - 0{,}06\right)$$

$$T = 100.000 \ (0{,}13586796 - 0{,}06)$$

$$T = 100.000 \times 0{,}07586796$$

$$\boxed{T = \text{Cr\$ } 7.586{,}80}$$

b) *Renda antecipada.* No caso de a renda ser antecipada, tem-se m = − 1 e o valor do têrmo será

$T = M \frac{r}{u(u^n - 1)}$ que pode ser calculado com emprêgo de logaritmo ou tábua financeira.

Exercício:

Uma pessoa quer constituir o capital de Cr$ 100.000,00 no fim de 5 anos, empregando importâncias iguais no início de cada semestre. Sendo a taxa de 12% a.a. e o regime de capitalização composta semestral, calcular o valor da anuidade.

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda antecipada constituída de $n = 2 \times 5 = 10$ têrmos, à taxa semestral de $i = \frac{12}{2} = 6\%$ e montante $M = 100.000$.

O valor do têrmo constante pode ser obtido com aplicação de logaritmo ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Substituindo os valores dados na expressão

$$T = M \frac{r}{u(u^n - 1)}$$

$$T = 100.000 \frac{0,06}{1,06\,(1,06^{10} - 1)}$$

e empregando logaritmos, tem-se

$$\log T = \log 100.000 + \log 0,06 + \operatorname{colog} 1,06 + \operatorname{colog} (1,06^{10} - 1)$$

Determinando os logaritmos e efetuando as operações indicadas

$$\begin{aligned} \log\ 100.000 &= 5,0000000 \\ \log\ 0,06 &= \bar{2},7781513 \\ \operatorname{colog}\ 1,06 &= \bar{1},7946941 \\ \operatorname{colog}\ (1,06^{10} - 1) &= 0,1019113 \\ \hline \log\ T &= 2,8547567 \end{aligned}$$

Portanto $\boxed{T = \text{Cr\$ } 7.157,35}$

II) *Por tábuas financeiras.* Com aplicação das tábuas financeiras II, III e V pode-se obter o valor do têrmo de uma renda constante e antecipada, mediante aplicação de dois processos.

1.º processo — Com auxílio da tábua III. A partir da expressão

$$T = M \frac{r}{u(u^n - 1)} \qquad \text{onde} \qquad \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{r}{u(u^n - 1)}$$

obtém-se, mediante substituição,

$$T = \frac{M}{s_{\overline{n}|}}$$

e sendo

$$s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n+1}|} - 1$$

tem-se

$$\boxed{T = \frac{M}{s_{\overline{n+1}|} - 1}}$$

onde o valor de $s_{\overline{n+1}|}$ é encontrado na tábua financeira III.

Aplicando essa expressão às condições do exercício, tem-se

$$T = \frac{100.000}{s_{\overline{11}|} - 1}$$

$$T = \frac{100.000}{14{,}97164264 - 1}$$

$$T = \frac{100.000}{13{,}97164264}$$

$$\boxed{T = \text{Cr\$ } 7.157{,}35}$$

2.º processo — Com auxílio das tábuas V e II. Recordando que os montantes de duas rendas unitárias de mesmo número n de têrmos estão relacionados pela expressão

$$s_{\overline{n}|} = u\, s_{\overline{n}|}$$

que pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{u} \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$$

e sendo $$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r$$

obtém-se $$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{u}\left(\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r\right)$$

Substituindo êsse valor na expressão

$$T = \frac{M}{s_{\overline{n}|}}$$

tem-se

$$\boxed{T = M\,\frac{1}{u}\left(\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r\right)}$$

onde o valor de $\frac{1}{u}$ é dado pela tábua II e o de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ pela tábua V.

Aplicando essa expressão às condições dadas pelo exercício, tem-se

$$T = 100.000\,\frac{1}{1{,}06}\left(\frac{1}{a_{\overline{10}|}} - 0{,}06\right)$$

$$T = 100.000 \times 0{,}94339623 \times 0{,}07586786$$

$$\boxed{T = \text{Cr\$ } 7.157{,}35}$$

18 — **Cálculo do número de têrmos, conhecido o valor atual.** Considerando uma renda de têrmos constantes, conhecido o seu valor atual e o seu têrmo, a partir da relação

$$A = T\,\frac{1}{ru^m}\,\frac{u^n - 1}{u^n} \quad \text{ou} \quad A = T_m|a_{\overline{n}|}$$

pode-se, mediante transformação, calcular o número de têrmos com emprêgo de logaritmos ou tábua financeira, para o caso de a renda ser imediata, antecipada e diferida.

a) *Renda Imediata.* No caso da renda imediata, tem-se $m = 0$ e a expressão do valor atual, conforme já foi visto, é

$$A = T\,\frac{u^n - 1}{ru^n} \qquad \text{ou} \qquad A = T\,a_{\overline{n}|}$$

e, com auxílio de logaritmos ou tábua financeira, obtém-se o valor de n.

I) *Por logaritmos.* Transformando a expressão

$$A = T\,\frac{u^n - 1}{ru^n}$$

tem-se

$$Aru^n = Tu^n - T$$

$$u^n(T - Ar) = T$$

$$u^n = \frac{T}{T - Ar}$$

$$u^n = \frac{1}{1 - \frac{A}{T}r}$$

Aplicando logaritmos nessa expressão

$$n \log u = \log 1 + \operatorname{colog}\,(1 - \frac{A}{T}\,r)$$

ou

$$\boxed{n = \frac{\operatorname{colog}\,(1 - \frac{A}{T}\,r)}{\log u}}$$

II) *Por tábua financeira.* A fim de se utilizar a tábua financeira, considera-se a expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T} \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{T}{A}$$

Conhecidos A e T calcula-se $a_{\overline{n}|}$ ou então $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$, mediante divisão, e procura-se seu valor, respectivamente, na tábua IV ou tábua V, na coluna correspondente à taxa dada. Se em uma dessas tábuas fôr encontrado o valor calculado, ter-se-á o número n de têrmos da renda. Se o valor calculado não fôr encontrado na

tábua, então o problema não terá solução, uma vez que o número de têrmos não pode ser fracionário. No caso de empréstimos admite-se a solução de se acrescentar uma parcela (pagamento) ao último têrmo da renda ou de considerar essa parcela a um período após o número n considerado.

Exercício:

Uma pessoa quer liquidar uma dívida de Cr$ 73.600,80, mediante pagamentos semestrais de Cr$ 10.000,00. Sendo a taxa de 12% a.a. e a capitalização semestral, calcular o número de prestações.

Resolução: Pelo enunciado do exercício, temse uma renda imediata de valor atual A = 73.600,80, têrmo = 10.000 e taxa semestral $\frac{12}{2} = 6\%$, e o mesmo pode ser resolvido por logaritmos ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo*. Levando os valores dados na expressão, e aplicando logaritmos, tem-se

$$u^n = \frac{1}{1 - \frac{A}{T} r}$$

$$n = \frac{\text{colog } (1 - \frac{73.600,80}{10.000} \; 0,06)}{\log 1,06}$$

$$n = \frac{\text{colog } 0,5583952}{\log 1,06}$$

$$n = \frac{0,2530580}{0,0253059}$$

$$\boxed{n = 10 \text{ prestações}}$$

II) *Por tábua financeira*. Considerando a expressão do valor atual de uma renda unitária em função do têrmo e do valor atual da renda dada

$$a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T} \qquad a_{\overline{n}|} = \frac{73.600,80}{10.000} = 0,736008.$$

Com auxílio da tábua IV encontra-se, na coluna correspondente a 6%, o valor 0,736008705, que é aproximadamente igual ao valor calculado. Portanto, o número de têrmos é

$$\boxed{n = 10}$$

b) *Renda antecipada.* Considerando o valor atual de uma renda antecipada

$$A = T\, a_{\overline{n}|}$$

na qual o valor de $a_{\overline{n}|}$ é dado pela expressão

$$a_{\overline{n}|} = 1 + a_{\overline{n-1}|}$$

obtém-se, mediante substituição,

$$A = T\ (1 + a_{\overline{n-1}|})$$

ou

$$\boxed{a_{\overline{n-1}|} = \frac{A}{T} - 1}$$

e o problema pode ser resolvido de conformidade com o indicado para renda imediata.

Exercício:

Calcular o número de têrmos de uma renda antecipada, cujos têrmos são iguais a Cr$ 10.000,00 e tem para valor atual Cr$ 68.016,92, à taxa periódica de 6% a.a.

Resolução — Por tábua financeira. Substituindo os valores dados na expressão

$$a_{\overline{n-1}|} = \frac{A}{T} - 1$$

teremos

$$a_{\overline{n-1}|} = \frac{73.016{,}92}{10.000} - 1$$

$$a_{\overline{n-1}|} = 7{,}801692 - 1$$

$$a_{\overline{n-1}|} = 6{,}801692$$

Utilizando-se a tábua IV, verifica-se que na coluna correspondente a 6% encontra-se o valor 6,80169227, que é aproximadamente igual ao valor calculado. Portanto

$$n - 1 = 9$$

$$\boxed{n = 10 \text{ têrmos}}$$

c) *Renda diferida.* Considerando o valor atual de uma renda diferida de m períodos,

$$A = T\,{}_{m|}a_{\overline{n}|} \qquad \text{tem-se} \qquad {}_{m|}a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T}$$

Lembrando que o valor atual de uma renda imediata unitária é igual ao montante do valor atual de uma renda diferida unitária com m têrmos

$$a_{\overline{n}|} = {}_{m|}a_{\overline{n}|}\,u^m$$

Obtém-se, mediante substituição,

$$\boxed{a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T}\,u^m}$$

e o problema pode ser resolvido da forma já indicada para a renda imediata.

Exercício:

Uma pessoa quer liquidar uma dívida de Cr$ 66.703,00, mediante pagamentos semestrais de Cr$ 10.000,00, sendo o primeiro pagamento feito após decorridos 1 ano e 6 meses da época atual. Calcular o número de prestações, sendo a taxa de 10% a.a. e o regime de capitalização semestral.

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda diferida de $m = 1 \times 2 + 1 = 3$, períodos cujo valor atual A = 66.703,00, têrmo T = 10.000 e a taxa semestral $i = \frac{10}{2} = 5\%$.

Substituindo os valores dados na expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T}\,u^m$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{66.703}{10.000} (1{,}05)^3$$

e, com auxílio da tábua I, tem-se

$$a_{\overline{n}|} = 6{,}6703 \times 1{,}157625$$

$$a_{\overline{n}|} = 7{,}7217060475$$

Com auxílio da tábua IV, encontra-se na coluna correspondente a 5% o valor 7,72173493, que se aproxima do valor calculado e corresponde a

n = 10 prestações

19 — **Cálculo do número de têrmos, conhecido o montante.** O cálculo do número de têrmos de uma renda, se conhecido o montante, o valor de seu têrmo e a taxa, é feito a partir das expressões seguintes

$$M = T \frac{u^n - 1}{ru^m} \qquad M = T \, {}_m|s_{\overline{n}|} \, u^m$$

e, mediante transformações, empregam-se logaritmos ou tábuas financeiras para os casos da renda imediata e antecipada.

a) *Renda Imediata.* No caso de a renda ser imediata, então m = 0 e as expressões do montante ficarão

$$M = T \frac{u^n - 1}{r} \qquad M = T \, s_{\overline{n}|}$$

E, com auxílio de logaritmos ou tábuas financeiras, pode-se obter o valor de n.

a) *Por logaritmo.* Tirando o valor de u^n da primeira expressão, tem-se, sucessivamente,

$$Mr = Tu^n - T$$

$$Tu^n = T + Mr$$

$$u^n = \frac{T + Mr}{T}$$

$$\boxed{u^n = 1 + \frac{M}{T} r}$$

Aplicando logaritmos nessa relação

$$n \log u = \log \left(1 + \frac{M}{T} r\right)$$

$$\boxed{n = \frac{\log \left(1 + \frac{M}{T} r\right)}{\log u}}$$

b) *Por tábuas financeiras.* Tirando o valor de $s_{\overline{n}|}$ da relação

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \qquad \text{obtém-se} \qquad \boxed{s_{\overline{n}|} = \frac{M}{T}}$$

Conhecidos o montante M e o valor T do têrmo, calcula-se $s_{\overline{n}|}$ e emprega-se a tábua III, procurando o valor calculado na coluna correspondente à taxa dada. Encontrado êsse valor em uma dessas tábuas, tem-se o número de têrmos procurado.

Se o valor não fôr encontrado, então o problema não terá solução, pois o número de têrmos não pode ser fracionário. Nos casos de capitalização, admite-se a solução de acrescentar uma parcela ao último têrmo da renda.

Exercício:

Calcular o número de têrmos de uma renda imediata, cujo montante é de Cr$ 131.807,95, à taxa periódica de 6% e têrmos iguais a Cr$ 10.000,00.

Resolução — Por logaritmo. Substituindo na expressão seguinte os valores dados

$$n = \frac{\log \left(1 + \frac{M}{T} r\right)}{\log u}$$

$$n = \frac{\log \left(1 + \frac{131.807,95}{10.000} 0,06\right)}{\log 1,06}$$

$$n = \frac{\log 1,7908477}{\log 1,06}$$

$$n = \frac{0{,}2530587}{0{,}0253059}$$

$$\boxed{n = 10 \text{ têrmos}}$$

II) *Por tábua financeira.* Substituindo-se os valores dados na expressão

$$s_{\overline{n}|} = \frac{M}{T} \quad \text{obtém-se} \quad s_{\overline{n}|} = \frac{131.807{,}95}{10.000}$$

$$\therefore \quad s_{\overline{n}|} = 13{,}180795$$

valor êste que é encontrado na tábua III, na coluna correspondente a 6% e para n = 10 têrmos

$$\boxed{n = 10 \text{ têrmos}}$$

b) *Renda antecipada.* Sendo conhecidos o montante M, o valor T de cada têrmo e a taxa i, pode-se calcular o número de têrmos com emprêgo das expressões

$$M = Tu \frac{u^n - 1}{r}$$

ou $\quad M = T\, s_{\overline{n}|} \quad$ com $\quad s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n+1}|} - 1$

e aplicação de logaritmos ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Transformando a expressão

$$M = Tu \frac{u^n - 1}{r} \quad \text{tem-se} \quad \frac{Mr}{Tu} = u^n - 1$$

$$u^n = 1 + \frac{Mr}{Tu}$$

Aplicando logaritmos

$$n \log u = \log \left(1 + \frac{Mr}{Tu}\right)$$

$$\boxed{n = \frac{\log \left(1 + \frac{Mr}{Tu}\right)}{\log u}}$$

II) *Por tábua financeira.* A partir da relação

$$M = T\, s_{\overline{n}|} \qquad \text{onde} \qquad s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n+1}|} - 1$$

tem-se

$$M = T\ (s_{\overline{n+1}|} - 1)$$

$$\boxed{s_{\overline{n+1}|} = 1 + \frac{M}{T}}$$

Calcula-se o valor $s_{\overline{n+1}|}$ e procura-se êsse valor na tábua III, na coluna correspondente à taxa dada, encontrando-se o número de têrmos procurado acrescido de uma unidade. Portanto, basta subtrair uma unidade dêsse valor encontrado.

Exercício:

De quantas anuidades semestrais iguais a Cr$ 10.000,00 precisará uma pessoa para constituir o capital Cr$ 139.716,43, sendo a taxa de 12% a.a. e a capitalização semestral?

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda antecipada, cujo montante M = 139.716,43, têrmo T = 10.000 e a taxa semestral $i = \frac{12}{2} = 6\%$, e o mesmo pode ser resolvido por logaritmos ou tábua financeira.

I) *Por logaritmo.* Levando os valores dados na expressão

$$n = \frac{\log\ (1 + \frac{Mr}{Tu})}{\log u}$$

tem-se

$$n = \log\ (1 + \frac{139.716{,}43 \times 0{,}06}{10.000 \times 1{,}06})$$

$$n = \frac{\log 1{,}7908477}{\log 1{,}06}$$

$$n = \frac{0{,}2530587}{0{,}0253059}$$

$$\boxed{n = 10 \text{ têrmos}}$$

II) *Por tábuas financeiras.* Substituindo o valor de M e o de T na expressão

$$s_{\overline{n+1}|} = 1 + \frac{M}{T} \qquad \text{tem-se} \qquad s_{\overline{n+1}|} = 1 + \frac{139.716,43}{10.000}$$

$$s_{\overline{n+1}|} = 14,971643$$

valor êste que é encontrado na tábua III, na coluna correspondente a 6% e linha 11 períodos. Subtraindo uma unidade, ao valor encontrado, tem-se o número de têrmos da renda antecipada.

20 — **Cálculo da taxa, conhecido o valor atual.** Considerando uma renda com n têrmos iguais a T, o seu valor atual A, determina-se a taxa com aplicação da expressão

$$A = T \frac{u^n - 1}{ru^{m+n}}$$

convenientemente transformada para os casos de renda imediata, antecipada e diferida.

Renda Imediata. No caso de a renda ser imediata, tem-se m = 0 e a expressão do valor atual é

$$A = T \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

Eliminando os denominadores

$$Aru^n = Tu^n - T$$

e sendo r = u − 1, tem-se

$$A\,(u - 1)\,u^n = Tu^n - T \qquad Au^{n+1} - u^n = Tu^n - T$$

$$Au^{n+1} - (T + 1)\,u^n + T = 0$$

que é uma equação do n-ésimo mais um grau e cuja solução torna-se impraticável porque n, em geral, é um valor elevado. Aplicam-se então métodos de aproximação, entre os quais a interpolação linear.

I) *Por interpolação linear.* Sendo o valor atual da renda

$$A = T\,a_{\overline{n}|} \qquad \text{tem-se} \qquad \boxed{a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T}}$$

Calcula-se o valor de $a_{\overline{n}|}$ e recorre-se à tábua IV, encontrando-se na linha correspondente ao número de têrmos dados o valor calculado, obtendo-se o valor da taxa. No caso de não ser encontrado o valor calculado de $a_{\overline{n}|}$, procuram-se dois valores próximos a êle e faz-se uma interpolação linear.

Exercício:

A que taxa de juros uma pessoa pode amortizar uma dívida de Cr$ 89.000,00, mediante 10 pagamentos semestrais iguais a Cr$ 10.000,00?

Resolução: Pelo enunciado, tem-se uma renda imediata, constituída de n = 10 têrmos, valor atual A = 89.000 e têrmo T = 10.000. Levando os valores dados na expressão

$$a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T} \qquad a_{\overline{10}|} = \frac{89.000}{10.000}$$

$$a_{\overline{10}|} = 8{,}9$$

Recorrendo-se à tábua IV, verifica-se que na linha correspondente a 10 períodos, êsse valor está no intervalo

$$8{,}98258501 > 8{,}90000000 > 8{,}86621635,$$

portanto, a taxa procurada está compreendida no intervalo

$$2\% < i < 2\,1/4\%.$$

Fazendo uma interpolação linear, tem-se

$$i \cong 2 + \frac{1/4 \times 0{,}08258501}{0{,}11636866}$$

$$\boxed{i \cong 2{,}1774\%}$$

II) *Por dupla interpolação linear.* A fim de se obter o valor da taxa com maior precisão, pode-se utilizar êste método, que consiste em fazer a interpolação linear nas tábuas IV e V, a partir dos valores

$$a_{\overline{n}|} = \frac{A}{T} \quad \text{e} \quad \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{T}{A}$$

Para o exercício anterior, feita a interpolação com auxílio da tábua IV, obteve-se a taxa 2,1774. Calculando o valor de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ tem-se

$$\frac{1}{a_{\overline{10}|}} = \frac{10.000}{89.000}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{10}|}} = 0{,}11235843$$

Recorrendo-se à tábua V, verifica-se que na linha correspondente a 10 períodos, êsse valor se encontra no intervalo

$$0{,}11205586 < 0{,}11235843 < 0{,}11278768.$$

Portanto, a taxa procurada está compreendida no intervalo

$$2\,1/8\% < i < 2\,1/4\%.$$

Por meio de uma regra de três simples, chega-se a

$$i \cong 2\,1/8 + \frac{1/8 \times 0{,}00030357}{0{,}00073182}$$

$$i \cong 2{,}125 + 0{,}0516$$

$$\boxed{i \cong 2{,}1766\%}$$

Comparando êsse valor com o valor obtido com auxílio da tábua IV, tem-se o valor da taxa

$$i = 2{,}17\%$$

com um êrro inferior a 0,01.

22 — **Cálculo da taxa, conhecido o montante.** Considerando uma renda com n têrmos iguais a T e o seu montante M, determina-se a taxa com aplicação da expressão

$$M = T\,\frac{u^n - 1}{ru^m}$$

considerados os casos da renda imediata, antecipada e diferida.

Renda Imediata. No caso de a renda ser imediata, tem-se $m = 0$ e a expressão do montante é

$$M = T\,\frac{u^n - 1}{r} \qquad \text{ou} \qquad M = T\,s_{\overline{n}|}.$$

Para se obter a taxa, calcula-se

$$s_{\overline{n}|} = \frac{M}{T}$$

e, com auxílio da tábua III, obtém-se diretamente ou por interpolação linear o valor procurado da taxa.

Exercício:

A que taxa, o montante de uma renda imediata, constituída por 10 têrmos iguais a Cr$ 10.000,00, é Cr$ 126.000,00?

Resolução: Substituindo êsses valores na expressão

$$s_{\overline{n}|} = \frac{M}{A}$$

$$s_{\overline{10}|} = \frac{126.000}{10.000}$$

$$s_{\overline{10}|} = 12{,}6000$$

Recorrendo-se à tábua III, verifica-se que na linha correspondente a 10 períodos, êsse valor está no intervalo

$$12{,}57789254 < 12{,}6 < 12{,}65152085$$

e, portanto, o valor da taxa está compreendido no intervalo

$$5\% < i < 5\,1/8\%$$

Fazendo uma interpolação linear, tem-se

$$i \cong 5 + \frac{1/8 \times 0{,}02210746}{0{,}07362831}$$

$$\boxed{i \cong 5{,}037\%}$$

23 — Exercícios:

1. Calcular o valor atual de uma renda imediata constituída por 7 têrmos iguais a Cr$ 3.000,00, sendo a taxa periódica de 5%.

2. Uma pessoa efetua pagamentos iguais a Cr$ 50.000,00 no fim de cada mês e durante 9 meses. Sendo a taxa de 12% a.a., calcular o valor atual.
3. Uma pessoa pode amortizar uma dívida mediante pagamentos trimestrais iguais a Cr$ 20.000,00 e durante 1 ano e 9 meses. Sendo a taxa de 8% a.a., calcular a importância a ser amortizada.
4. Que dívida pode ser amortizada com pagamentos mensais de Cr$ 50.000,00, durante 2 anos e 6 meses, à taxa de juros de 7 1/2% a.a.?
5. Qual a dívida que se pode contrair para ser amortizada com pagamentos mensais de Cr$ 20.000,00 durante 10 anos e 9 meses, à taxa de juros de 6 1/2% a.a.?
6. Calcular o valor atual de uma renda antecipada, constituída por 7 têrmos iguais a Cr$ 50.000,00, sendo a taxa de 5% a.a.
7. Uma pessoa efetua pagamentos iguais a Cr$ 20.000,00, no início de cada semestre e durante 4 anos e 6 meses. Sendo a taxa de 6 1/8% a.a. e o regime de capitalização semestral, calcular o valor atual dessa renda.
8. Efetuando pagamentos mensais de Cr$ 50.000,00, durante 3 anos e no início de cada mês, e sendo a taxa de 5% a.a., qual o valor de uma dívida a ser amortizada?
9. Calcular o valor atual de uma renda antecipada, constituída de pagamentos mensais iguais a Cr$ 30.000,00, feitos durante 6 anos, à taxa de juros de 5 1/8% a.a.
10. Calcular o valor atual de uma renda diferida de 5 períodos, constituída de 10 pagamentos mensais iguais a Cr$ 20.000,00 e sendo a taxa de juros de 6% a.a.
11. Qual o empréstimo que se pode fazer para ser amortizado com prestações mensais de Cr$ 20.000,00, durante 8 meses, sendo que o primeiro pagamento é feito após decorridos 3 meses e a taxa de juros é 12% a.a.?
12. Calcular o montante de uma renda imediata constituída de 6 têrmos iguais a Cr$ 20.000,00, sendo a taxa de juros de 5 1/2% a.a.
13. Calcular o montante de uma renda imediata, constituída por pagamentos semestrais e iguais a Cr$ 20.000,00, feitos durante 3 anos e 6 meses e sendo a taxa de juros de 11% a.a.
14. Uma pessoa deposita no fim de cada mês e durante 7 anos e 6 meses importâncias iguais a Cr$ 20.000,00. Sendo de 6 1/2% a.a. a taxa e a capitalização mensal, calcular o capital a ser constituído.

15. Calcular o montante de uma renda antecipada constituída por 7 têrmos iguais a Cr$ 20.000,00, sendo a taxa periódica de juros de 5% a.a.
16. Uma pessoa emprega no início de cada mês importâncias iguais a Cr$ 20.000,00. Sendo a taxa de 12% a.a. e a capitalização mensal, calcular o capital a ser constituído durante 2 anos e 9 meses.
17. Calcular a diferença entre os montantes de duas rendas antecipada e imediata, com têrmos iguais a Cr$ 10.000,00, à taxa de 10% a.a., e constituídas por 4 têrmos semestrais.
18. Uma pessoa efetua pagamentos semestrais durante 2 anos e 6 meses. Sendo a taxa de 2% a.a. e os pagamentos iguais a Cr$ 10.000,00, calcular os valores atuais e os montantes, supondo a renda imediata e antecipada.
19. Calcular o valor do têrmo de uma renda imediata constituída por 7 têrmos iguais e sendo o seu valor atual Cr$ 200.000,00, à taxa periódica de juros de 5% a.a.
20. Uma pessoa deseja amortizar uma dívida de Cr$ 100.000,00, em prestações mensais durante 1 ano e 6 meses. Sendo a taxa de 12% a.a., calcular o valor de cada prestação.
21. A fim de amortizar uma dívida de Cr$ 10.000,00, referente a um imóvel, de quanto uma pessoa deve dispor no fim de cada mês e durante 3 anos, se a taxa de juros é 12% a.a.?
22. O valor atual de uma renda antecipada é de Cr$ 100.000,00 e a taxa periódica de juros é 2 1/2%. Qual o valor de cada um dos seus 15 têrmos?
23. Uma emprêsa comercial deseja fazer promoção de venda de uma mercadoria de Cr$ 500.000,00, mediante pagamentos mensais e iguais durante 1 ano, sendo que o primeiro pagamento deve ser feito após decorridos 3 meses. Qual o valor de cada prestação, se a taxa de juros é de 12% a.a.?
24. Calcular o valor de cada têrmo de uma renda imediata, cujo montante é Cr$ 200.000,00, à taxa periódica de 5 1/2% a.a. e constituída por 15 têrmos.
25. De quanto uma pessoa deve dispor no fim de cada mês para constituir o capital Cr$ 500.000,00, durante 1 ano, se a taxa é de 12% a.a.?
26. Calcular o número de prestações mensais e iguais a Cr$ 20.000,00, necessárias para amortizar uma dívida de Cr$ 200.000,00, à taxa de 12% a.a.
27. Calcular o número de têrmos de uma renda antecipada,

cujo valor atual é Cr$ 200.000,00, à taxa periódica de 5 1/2% a.a. e o valor de cada têrmo é Cr$ 10.000,00.

28. Para amortizar uma dívida de Cr$ 800.000,00, mediante pagamentos trimestrais de Cr$ 40.000,00 e à taxa de 6% a.a., quantas prestações são necessárias, sendo que a primeira é feita após decorrido 1 ano?
29. Calcular o número de têrmos de uma renda imediata, cujo montante é Cr$ 200.000,00, à taxa periódica de 5 1/4% e o valor de cada têrmo é Cr$ 20.000,00.
30. Uma pessoa quer constituir o capital de Cr$ 1.000.000,00, à taxa de 12% a.a., mediante emprêgo mensal de Cr$ 50.000,00. Quantos depósitos são necessários?
31. A que taxa se pode amortizar Cr$ 1.000.000,00, com prestações mensais de Cr$ 50.000,00 e durante 2 anos?
32. O montante de uma renda imediata é Cr$ 500.000,00 e o valor de cada têrmo é Cr$ 25.000,00. Sendo constituída por 25 têrmos, calcular a taxa de juro.

CAPÍTULO IV

EMPRÉSTIMOS INDIVISÍVEIS

1 — **Introdução.** A fim de saldar uma dívida contraída, e a longo prazo, um devedor pode optar por três sistemas de pagamentos, segundo as condições estipuladas.

1.º Sistema. O devedor compromete-se a liquidar de uma só vez, e no fim de um tempo combinado, a dívida e os juros produzidos durante o prazo de empréstimo.

Neste caso, a dívida, mais os juros produzidos, constituem um montante cujo cálculo foi exposto no capítulo I. Êste sistema oferece a desvantagem de o devedor ter de desembolsar de uma só vez o capital e os juros produzidos que, em geral, não são pequenos. Para o credor, êste sistema oferece a vantagem de lhe permitir receber um capital cujo valor encontra maior facilidade de emprêgo.

2.º Sistema. O devedor se compromete a liquidar periòdicamente os juros produzidos, pelo saldo devedor, e amortizar uma parte dessa dívida e de tal maneira que, no fim do prazo estipulado, a dívida fique liquidada.

Neste caso, a anuidade ou pagamento a ser feito periòdicamente deve consistir de duas parcelas, sendo uma para liquidar os juros produzidos pelo saldo devedor durante o período e a outra para liquidar uma parte da dívida. O conjunto de pagamentos constitui uma renda imediata, cujos problemas a si pertinentes foram estudados no capítulo III. Enquadra-se neste caso o *Sistema Francês de Amortização.* Êste sistema oferece a vantagem de o devedor ir, gradativa e periòdicamente, liquidando a dívida e os juros produzidos pela mesma. Para o credor, êste sistema oferece a desvantagem de não permitir o emprêgo periódico de uma quantia apreciável e de fácil aplicação. Entretanto, isso não se verifica para as emprêsas de financiamento, uma vez que periòdicamente recebem quantias de vários devedores, quantias essas cuja soma é de valor apreciável para nova aplicação.

3.º Sistema. O devedor se compromete a pagar periòdicamente os juros produzidos pela dívida contraída e a liquidar a mesma no fim do prazo prèviamente estipulado.

Neste caso, calculam-se os juros constantes produzidos pela dívida em cada período e que o devedor deve pagar periòdicamente. Êste sistema, como o primeiro, oferece a desvantagem de o devedor ter de liquidar a dívida de uma só vez, no fim do prazo estipulado, e que nem sempre é pequena. Entretanto, o devedor pode empregar periòdicamente uma quantia (anuidade), que constituirá um capital, no fim do prazo de empréstimo, igual à dívida contraída. Para o credor, êste sistema oferece a vantagem de poder dispor, no fim do prazo estipulado, de uma importância que oferece mais fácil aplicação. Enquadra-se neste caso o *Sistema Americano*, que pode ser a uma taxa ou a duas taxas.

2 — **Sistema Francês de Amortização.** Por êste sistema o devedor se compromete a pagar periòdicamente uma importância denominada anuidade, que serve para liquidar os juros periódicos produzidos pelo saldo devedor e amortizar uma parte dêsse saldo, e de tal forma que, no fim do prazo estipulado, essa dívida se reduza a zero.

Consideremos uma dívida D, que deve ser amortizada à taxa i durante um certo número n de períodos, por anuidade iguais a a. A dívida contraída produzirá o montante no fim de n períodos.

$$M = Du^n$$

O conjunto de n anuidades a forma uma renda imediata cujo montante é

$$M = a\, s_{\overline{n}|}$$

Para que a dívida, acrescida dos juros, se reduza a zero, é preciso que êsses montantes sejam iguais

$$Du^n = a\, s_{\overline{n}|} \qquad \text{ou} \qquad Du^n = a\,\frac{u^n - 1}{r}$$

$$\boxed{D = a\,\frac{u^n - 1}{ru^n}} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{D = a\, a_{\overline{n}|}}$$

o que demonstra ser a dívida igual ao valor atual de uma renda imediata com n têrmos iguais a a. Pela equivalência de capitais (cap. I), essa renda assim formada será equivalente ao capital-dívida em qualquer época k, sendo $0 \leq k < n$ e, portanto, pode-se escrever

$$Du^k = a\, a_{\overline{k}|}$$

3 — **Plano de amortização.** Consiste o plano em se formar uma tabela de dupla entrada, tendo na primeira linha a indicação do conteúdo de cada coluna, que consiste na disposição dos cálculos efetuados.

1.ª coluna: são dispostos os números de períodos a partir de zero até ao último (n) considerado.

2.ª coluna: são dispostas as anuidades iguais a *a*, prèviamente calculadas com emprêgo da expressão do têrmo de uma renda imediata, conhecido o seu valor atual D

$$a = D\,\frac{1}{a_{\overline{n}|}} \qquad \text{ou} \qquad a = D\,\frac{ru^n}{u^n - 1}$$

3.ª coluna: são dispostos os juros J_k periódicos produzidos pelos saldos devedores. Considerando um período k, os juros devedores referentes a êsse período serão calculados mediante emprêgo da expressão

$$J_k = D_{k-1}\, r$$

4.ª coluna: são dispostas as quotas de amortização Q_k que são parcelas que irão amortizar o saldo devedor. A quota de amortização é a diferença entre a anuidade *a* e os juros a serem pagos nesse período. Para um período k tem-se

$$Q_k = a - J_k$$

5.ª coluna: são dispostos os totais amortizados T_k, que consistem na soma das quotas de amortização referentes a êsses períodos e aos anteriores. Podem ser calculados, somando-se o total amortizado no fim do período anterior com a quota de amortização dêsse período. Para um período k tem-se

$$T_k = T_{k-1} + Q_k$$

6.ª coluna: são dispostos os saldos devedores D_k, que consistem na diferença entre o saldo devedor do período anterior e

a quota de amortização dêsse período. Êsse saldo devedor é também a diferença entre a dívida inicial e o total amortizado no período considerado. Para um período k tem-se

$$\boxed{D_k = D_{k-1} - Q_k} \quad \text{ou} \quad \boxed{D_k = D - T_k}$$

Período	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo devedor
0	—	—	—	—	D
1	a	j_1	Q_1	T_1	D_1
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
k — 1	a	j_{k-1}	Q_{k-1}	T_{k-1}	D_{k-1}
k	a	j_k	Q_k	T_k	D_k
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	a	j_n	Q_n	$T_n = D$	$D_n = 0$

Exercício:

Uma dívida de Cr$ 100.000,00 deve ser paga em 4 prestações anuais, sendo a taxa de juros de 10% a.a.; calcular a anuidade e formar o plano de amortização.

Resolução: Sendo a dívida de Cr$ 100.000,00, o número de anuidades n = 4 e a taxa i = 10% a.a., tem-se para o valor de cada anuidade:

$$a = D\,\frac{ru^n}{u^n - 1} \quad \text{ou} \quad a = D\,\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$$

$$a = 100.000\,\frac{1}{a_{\overline{4}|}}$$

E, com auxílio da tábua financeira V,

$$a = 100.000 \times 0{,}31547080$$

$$\boxed{a = \text{Cr\$ } 31.547{,}08}$$

A partir do exposto, calcula-se para o fim de cada período:

1.º período:

a) Juros
$J_1 = Dr = 100.000 \times 0{,}1 = Cr\$\ 10.000{,}00$

b) Quota de Amortização
$Q_1 = a - J_1 = 31.547{,}08 - 10.000{,}00 = Cr\$\ 21.547{,}08$

c) Total Amortizado
$T_1 = To + Q_1 = 0 + 21.547{,}08 = Cr\$\ 21.547{,}08$

d) Saldo Devedor
$D_1 = D - T_1 = 100.000{,}00 - 21.547{,}08 = Cr\$\ 78.452{,}92$

2.º período:

a) Juros
$J_2 = D_1\, r = 78.452{,}92 \times 0{,}1 = Cr\$\ 7.841{,}29$

b) Quota de Amortização
$Q_2 = a - J_2 = 31.547{,}08 - 7.845{,}29 = Cr\$\ 23.701{,}79$

c) Total Amortizado
$T_2 = T_1 + Q_2 = 21.547{,}08 + 23.701{,}79 = Cr\$\ 45.248{,}87$

d) Saldo Devedor
$D_2 = D - T_2 = 100.000{,}00 - 45.248{,}87 = 54.751{,}13$

3.º período:

a) Juros
$J_3 = D_2\, r = 54.751{,}13 \times 0{,}1 = Cr\$\ 5.475{,}11$

b) Quota de Amortização
$Q_3 = a - J_3 = 31.547{,}08 - 5.475{,}11 = Cr\$\ 26.071{,}97$

c) Total amortizado
$T_3 = T_2 + Q_3 = 45.248{,}87 + 26.071{,}97 = Cr\$\ 71.320{,}84$

d) Saldo Devedor
$D_3 = D - T_3 = 100.000{,}00 - 71.320{,}84 = Cr\$\ 28.679{,}16$

4.º período:

a) Juros
$J_4 = D_3\, r = 28.679{,}16 \times 0{,}1 = Cr\$\ 2.867{,}92$

b) Quota de Amortização
$Q_4 = a - J_4 = 31.547{,}08 - 2.867{,}92 = Cr\$\ 28.679{,}16$

c) Total Amortizado

$T_4 = T_3 + Q_4 = 71.320,84 + 28.679,16 = Cr\$\ 100.000,00$

d) Saldo devedor

$D_4 = D - T_4 = 100.000,00 - 100.000,00 = 0$

Os resultados obtidos são dispostos na seguinte tabela:

Ano	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo Devedor
0	—	—	—	—	100.000,00
1	31.547,08	10.000,00	21.547,08	21.547,08	78.452,92
2	31.547,08	7.845,29	23.701,79	45.248,87	54.751,13
3	31.547,08	5.475,11	26.071,97	71.320,84	28.679,16
4	31.547,08	2.867.92	28.679,16	100.000,00	0

4 — Tempo necessário para amortizar uma dívida. Consideremos uma dívida D a ser amortizada à taxa i, com n pagamentos periódicos iguais a *a*. Para um período contido m vêzes em um ano, tem-se o tempo $t = \frac{n}{m}$ anos a fim de amortizar essa dívida. O cálculo do tempo depende então do cálculo do número de períodos ou de pagamentos. Sendo o conjunto de pagamentos uma renda imediata, cujo valor é igual à dívida D, o número de têrmos é calculado de conformidade com o exposto no tópico 18 do capítulo III. Empregando a expressão:

$$a_{\overline{n}|} = \frac{D}{a}$$

procura-se o valor de $a_{\overline{n}|}$ assim calculado na tábua IV e na coluna correspondente à taxa i dada. Se encontrado êsse valor na tábua, tem-se diretamente o número n de anuidades ou períodos. O tempo necessário para amortizar a dívida será

$$t = \frac{n}{m}.$$

Se o valor de $a_{\overline{n}|}$ não fôr encontrado na tábua, então, deverão existir dois valores entre os quais êle estará compreendido

$$a_{\overline{k}|} < a_{\overline{n}|} < a_{\overline{k+1}|}$$

O número de períodos será então $n = k$ ou $n = k + 1$, desde

que se considere um pagamento complementar, se feito conjuntamente com o último pagamento a ou após decorrido um período a partir dêste pagamento. Têm-se então dois casos para o cálculo do pagamento complementar.

1.º caso. Se o pagamento complementar x fôr feito com a última anuidade, o número de períodos será $n = k$ e o tempo $t = \frac{k}{m}$. Pela equivalência de capitais, o montante da dívida deverá ser igual ao montante das anuidades, acrescido do pagamento x.

$$Du^k = a\, s_{\overline{k}|} + x$$

Portanto

$$\boxed{x = Du^k - a\, s_{\overline{k}|}}$$

2.º caso. Se o pagamento complementar x fôr feito após decorrido um período da última anuidade a, o número de períodos será $n = k + 1$ e o tempo $t = \frac{k+1}{m}$. O pagamento complementar x renderá juros durante um período, dando o montante

$$x' = x\,u$$

Substituindo o valor de x, tem-se

$$\boxed{x' = (Du^k - a\, s_{\overline{k}|})\, u}$$

Exercício:

Ao fim de quanto tempo uma dívida de Cr$ 100.000,00 pode ser amortizada com pagamentos semestrais iguais a Cr$ 10.000,00 e à taxa de juros de 12% a.a.?

Resolução: Conhecendo-se os valores $D = 100.000$, $a = 10.000$, $m = 2$ e $i = \frac{12}{2} = 6\%$ e, calculando,

$$a_{\overline{n}|} = \frac{D}{a} = \frac{100.000}{10.000} = 10$$

cujo valor se encontra na tábua IV, na coluna correspondente a 6% no intervalo

$$9{,}71224899 < 10 < 10.10589527$$

que corresponde a 15 e a 16 períodos.

Torna-se então necessário um pagamento complementar **x**, a ser feito conjuntamente com a última anuidade de Cr$ 10.000,00 ou após um período dessa anuidade. Têm-se então dois casos.

1.º caso. Se o pagamento complementar fôr feito conjuntamente com a última anuidade, tem-se n = 15 pagamentos de Cr$ 10.000,00 mais o complementar. O tempo será então

$$t = \frac{n}{m} = \frac{15}{2} = 7{,}5 = 7 \text{ anos e } 6 \text{ meses,}$$

e o pagamento complementar será

$$x = Du^k - a\, s_{\overline{n}|}$$

$$x = 100.000\ (1{,}06)^{15} - 10.000\ s_{\overline{15}|}$$

Recorrendo-se as tábuas I e III tem-se

$$x = 100.000 \times 2{,}39655819 - 10.000 \times 23{,}27596988$$

$$\boxed{x = \text{Cr\$ } 6.896{,}12}$$

2.º caso. Se o pagamento complementar fôr feito após decorrido um período do último pagamento de Cr$ 10.000,00, tem-se o tempo de

$$T = \frac{15 + 1}{2} = 8 \text{ anos}$$

e o pagamento complementar será então

$$x' = xu$$

$$x' = 6.896{,}12 \times 1{,}06$$

$$\boxed{x' = \text{Cr\$ } 7.309{,}89}$$

5 — **Cálculo do saldo devedor, no fim de determinado período.** Considerando-se uma dívida D, amortizada por n anuidades *a* e sendo a taxa de juros igual a i, ao fim de um número k de anuidades o saldo devedor será D_k e pode ser calculado mediante os seguintes processos:

1.º processo — Com auxílio da tábua IV. O valor atual das n − k anuidades restantes é

$$A = a\, a_{\overline{n-k}|}$$

Pela definição de capitais equivalentes, êsse valor atual deverá ser igual ao saldo devedor; portanto

$$\boxed{D_k = a\, a_{\overline{n-k}|}}$$

e o valor de $a_{\overline{n-k}|}$ será encontrado na tábua IV.

2.º processo — Com auxílio da tábua V. A partir da expressão $D_k = a\, a_{\overline{n-k}|}$ pode-se, mediante transformação, escrever

$$\boxed{D_k = \frac{a}{\dfrac{1}{a_{\overline{n-k}|}}}}$$

e o valor de $\dfrac{1}{a_{\overline{n-k}|}}$ é encontrado na tábua V.

3.º processo — Com auxílio das tábuas I e III. Ao fim de k períodos, o montante da dívida se elevaria a

$$C_k = Du^k$$

e o montante das k primeiras anuidades

$$S = a\, s_{\overline{k}|}$$

Tem-se, portanto, para saldo devedor

$$D_k = C_k - S \qquad \text{ou} \qquad \boxed{D_k = Du^k - a\, s_{\overline{k}|}}$$

e os valores de u^k e $s_{\overline{k}|}$ são encontrados nas tábuas I e III, respectivamente.

Exercício:

Calcular o saldo devedor, no fim do sétimo ano, de uma dívida de Cr$ 73.600,87, a ser amortizada em 10 prestações anuais, à taxa de 6% a.a.

Resolução: Conhecendo-se D = 100.000, n = 10 e i = 6%, tem-se para a anuidade

$$a = \frac{D}{a_{\overline{n}|}}$$

$$a = \frac{73.600,87}{7,3600875} = \text{Cr\$ } 10.000,00.$$

E o valor do saldo devedor, no fim de k = 7 períodos, pode ser calculado pelos processos:

1.º processo — Com auxílio da tábua IV. Empregando a expressão

$$D_k = a\, a_{\overline{n-k}|} \qquad D_7 = 10.000\ a_{\overline{10-7}|} = 10.000\ a_{\overline{3}|}$$

O valor de $a_{\overline{3}|}$ encontra-se na tábua IV, coluna 6%, linha 3 períodos.

$$D_7 = 10.000 \times 2,67301195$$

$$\boxed{D_7 = \text{Cr\$ } 26.730,12}$$

2.º processo — Com auxílio da tábua V. Empregando a expressão

$$D_k = \frac{a}{\dfrac{1}{a_{\overline{n-k}|}}}$$

$$D_7 = \frac{10.000}{\dfrac{1}{a_{\overline{3}|}}}$$

Encontra-se o valor de $\dfrac{1}{a_{\overline{3}|}}$ na tábua V, coluna 6% e linha 3 períodos.

$$D_7 = \frac{10.000}{0,37410981} \qquad \boxed{D_7 = Cr\$\ 26.730,12}$$

3.º processo — Com auxílio das tábuas I e III. Empregando a expressão

$$D_k = Du^k - a\,a_{\overline{k}|}$$

$$D_7 = 73.600,87\ (1,06)^7 - 10.000\ a_{\overline{7}|}$$

Os valores de $(1,06)^7$ e $a_{\overline{7}|}$ encontram-se, respectivamente, nas tábuas I e III, na coluna 6% e linha 7 períodos.

$$D_7 = 73.600,87 \times 1,50363026 - 10.000 \times 8,39383765$$

$$D_7 = 110.668,4953 - 83.938.3765$$

$$\boxed{D_7 = Cr\$\ 26.730,12}$$

6 — **Cálculo do capital amortizado, após o pagamento de uma determinada dívida.** Considerando uma dívida D, a ser amortizada com n anuidades a e taxa de juro i, e sendo D_k o saldo devedor no fim de k períodos, tem-se o capital amortizado

$$\boxed{T_k = D - D_k}$$

e o valor do saldo devedor D_k pode ser calculado mediante aplicação de um dos processos vistos no tópico anterior. Para emprêgo da tábua IV basta lembrar que

$$D_k = a\,a_{\overline{n-k}|}$$

que, substituído na expressão considerada, resulta

$$\boxed{T_k = D - a\,a_{\overline{n-k}|}}$$

Exercício:

Calcular o capital amortizado no fim de 7 anos, referente à dívida de Cr$ 73.600,87, amortizada em 10 prestações anuais à taxa de 6% a.a.

Resolução: Calculando a anuidade

$$a = \frac{D}{a_{\overline{10}|}} = \frac{73.600,87}{7,3600875} = \text{Cr\$ } 10.000,00$$

e substituindo êsse valor na expressão

$$T_k = D - a\, a_{\overline{n-k}|}$$

$$T_7 = 73.600,87 - 10.000\ a_{\overline{3}|}$$

$$T_7 = 73.600,87 - 10.000 \times 2,67301195$$

$$\boxed{T_7 = \text{Cr\$ } 46.870,75}$$

7 — **Cálculo dos juros pagos em determinado período.** Considerando uma dívida D a ser amortizada à taxa i de juros, mediante n anuidades *a*, os juros referentes ao período k serão

$$\boxed{J_k = D_{k-1}\, r}$$

E o valor do saldo devedor D_{k-1} pode ser calculado por um dos processos expostos no tópico 4. Para o emprêgo da tábua IV tem-se

$$D_{k-1} = a\, a_{\overline{n-k+1}|}$$

e a expressão dos juros considerados será

$$\boxed{J_k = a\, a_{\overline{n-k+1}|}\, r}$$

Exercício:

Calcular os juros referentes ao oitavo ano, da dívida de Cr$ 73.600,87, a ser amortizada em 10 prestações anuais, à taxa de juros de 6% a.a.

Resolução: Calculando a anuidade

$$a = \frac{D}{a_{\overline{10}|}} = \frac{73.600,87}{7,3600875} = \text{Cr\$ } 10.000,00$$

e empregando a expressão considerada para os juros

$$J_k = a\, a_{\overline{n-k+1}|}\, r$$

$$J_8 = 10.000\ a_{\overline{3}|}\ 0{,}06$$

$$J_8 = 10.000 \times 2{,}67301195 \times 0{,}06$$

$$\boxed{J_8 = \text{Cr\$ } 1.603{,}81}$$

8 — **Cálculo dos juros totais pagos durante determinado número de períodos.** Considerando uma dívida D, a ser amortizada à taxa i de juros com n anuidades iguais a a, os juros totais pagos durante k períodos são iguais à diferença entre k anuidades iguais a a e o capital amortizado até ao fim dêsse período, ou seja:

$$J_t = k\, a - T_k$$

Lembrando que o capital amortizado é dado pela expressão

$$T_k = D - D_k$$

e substituindo na expressão considerada para os juros, tem-se

$$\boxed{J_t = k\, a - (D - D_k)}$$

E o valor do saldo devedor D_k pode ser calculado mediante aplicação de um dos processos vistos no tópico 4. Para o emprêgo da tábua IV tem-se, para o saldo devedor,

$$D_k = a\, a_{\overline{n-k}|}$$

e, para os juros totais, a expressão

$$J_t = k\, a - (D - a\, a_{\overline{n-k}|})$$

ou

$$\boxed{J_t = a\ (k + a_{\overline{n-k}|}) - D}$$

Exercício:

Calcular os juros pagos durante os sete primeiros anos, referentes à dívida de Cr$ 73.600,87, a ser amortizada em 10 prestações anuais à taxa de juros de 6% a.a.

Resolução: Calculando a anuidade

$$a = \frac{D}{a_{\overline{10}|}} = \frac{73.600,87}{7,3600875} = \text{Cr\$ } 10.000,00$$

os juros totais pagos serão

$$J_t = a\ (k + a_{\overline{n-k}|}) - D$$

$$J_t = 10.000\ (7 + a_{\overline{3}|}) - 73.600,87$$

$$J_t = 10.000\ (7 + 2,67301195) - 73.600,87$$

$$J_t = 96.7301195 - 73.600,87$$

$$\boxed{J_t = \text{Cr\$ } 23.129,25}$$

9 — **Antecipação e postecipação de anuidades.** Ao se estabelecer o sistema francês, foi exposto que o conjunto de anuidades é uma renda imediata cujo montante é o montante da dívida considerada. Pela definição de capitais equivalentes essa renda imediata é equivalente à dívida em qualquer época, o que permite considerar a antecipação ou postecipação de uma anuidade referente a um período k, de $p < k$ ou $p < n - k$ períodos, calculando seu valor atual ou seu montante com emprêgo das expressões:

$$A = a\,v^p$$

$$C_p = a\,u^p$$

Da mesma forma, pode-se antecipar ou postecipar um conjunto de anuidades, empregando as expressões

$$A = a\,a_{\overline{p}|}$$

$$M = a\,s_{\overline{p}|} = a\ (s_{\overline{p+1}|} - 1)$$

Exercício:

Uma pessoa deve liquidar uma dívida de Cr$ 100.000,00 em 5 anos, mediante pagamentos anuais. Sendo a taxa de 5% a.a. e não podendo efetuar o terceiro e o quarto pagamentos na época prevista, calcular a anuidade e formar o plano de amortização, considerando os seguintes casos:

a) — antecipando a terceira anuidade para o primeiro período e a quarta para o segundo;

b) — antecipando a terceira anuidade para o segundo período e postecipando a quarta para o quinto;

c) — antecipando a terceira e a quarta anuidades para o segundo período;

d) — Postecipando a terceira e a quarta anuidades para o quinto período.

Resolução: Sendo a dívida D = 100 000, a taxa i = 5% a.a. e o número de períodos n = 5, tem-se para anuidade

$$a = D\,a_{\overline{n}|} = D\,a_{\overline{5}|}$$

$$a = 100.000 \times 0{,}23097480 \quad \text{(tábua IV)}$$

$$\boxed{a = \text{Cr\$ } 23.097{,}48}$$

a) Se a terceira e a quarta anuidades forem antecipadas, respectivamente, para o primeiro e o segundo períodos, portanto de p = 2 períodos cada uma, os seus valores serão

$$a'_3 = a'_4 = a\,v^2 = 23.097{,}48 \times 0{,}9702948 \quad \text{(tábua II)}$$

$$a'_3 = a'_4 = \text{Cr\$ } 20.950{,}10$$

e o plano de amortização será

Anos	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo devedor
0	—	—	—	—	100.000,00
1	23.097,48	5.000,00	18.097,48	18.097,48	81.902,52
	20.950,10	—	20.950,10	39.047,58	60.952,42
2	23.097,48	3.047,62	20.049,86	59.097,44	40.902,56
	20.950,10	—	20.950,10	80.047,54	19.952,46
3	—	997,62	—	79.049,92	20.950,08
4	—	1.047,50	—	78.002,42	21.997,58
5	23.950,10	1.099,88	21.997,60	100.000,02	0,02

b) Antecipando a terceira anuidade para o segundo período o seu valor será

$$a'_3 = a\,v = 23.097{,}48 \times 0{,}95238095 \quad \text{(tábua II)}$$

$$\boxed{a'_3 = \text{Cr\$ } 21.997{,}30}$$

Postecipando a quarta anuidade para o quinto período, o seu valor será

$$a'_4 = a\,u = 23.097{,}48 \times 1{,}05 \quad \text{(tábua I)}$$

$$\boxed{a'_4 = \text{Cr\$ } 24.252{,}35}$$

e o plano de amortização será

Anos	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo devedor
0	—	—	—	—	100.000,00
1	23.097,48	5.000,00	18.097,48	18.097,48	81.902,52
2	23.097,48	4.095,13	19.002,35	37.099,83	62.900,17
	21.997,60	—	21.997,60	59.097,43	40.902,57
3	—	2.045,13	—	57.052,30	42.947,70
4	—	2.147,39	—	54.904,91	45.095,09
5	23.097,48	2.254,75	20.842,73	71.747,64	34.252,36
	24.252,35	—	24.252,35	99.999,99	0,01

c) Antecipando a terceira e a quarta anuidades para o segundo período, tem-se o valor atual de uma renda imediata com dois têrmos

$$A = a_{\overline{2}|} = 23.097{,}48 \times 1.85941043 \quad \text{(tábua IV)}$$

$$\boxed{A = \text{Cr\$ } 42.947{,}70}$$

e o plano de amortização será

Anos	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo Devedor
0	—	—	—	—	100.000,00
1	23.097,48	5.000,00	18.097,48	18.097,48	81.902,52
2	23.097,48	4.095,13	19.002,35	37.099,83	62.900,17
	42.947,70	—	42.947,70	80.047,53	19.952,47
3	—	997,62	—	79.049,91	20.950,09
4	—	1.047,51	—	78.002,40	21.997,60
5	23.097,48	1.099,88	21.997,60	100.000,00	0

d) Postecipando a terceira e a quarta anuidades para o quinto período, tem-se o montante de uma renda antecipada

$$M = a\,s_{\overline{2}|} = a\,(s_{\overline{3}|} - 1) \quad \text{(tábua III)}$$

$$M = 23.097,48 \times 2,1525$$

$$\boxed{M = Cr\$\ 49.717,33}$$

e o plano de amortização será

Anos	Anuidade	Juros	Quota de amortização	Total amortizado	Saldo Devedor
0	—	—	—	—	100.000,00
1	23.097,48	5.000,00	18.097,48	18.097,48	81.902,52
2	23.097,48	4.095,13	19.002,35	37.099,83	62.990.17
3	—	3.145,01	—	33.954,82	66.045,18
4	—	3.302,26	—	30.652,56	69.347,44
5	23.097,48	3.467,37	19.630,11	50.282,67	49.717,33
	49.717,33	—	49.717,33	100.000,00	0

10 — **Sistema Americano.** Pelo Sistema Americano de Amortização, o devedor se compromete a pagar periòdicamente os juros referentes à dívida contraída e, ao fim do prazo estipulado, liquidá-la de uma só vez. O devedor pode, entretanto, constituir um capital igual à dívida contraída até ao fim do tempo de empréstimo, mediante emprêgo de anuidade constituindo um *fundo de amortização* (sinking-fund). Entretanto, a taxa de juros para o devedor nem sempre é igual à taxa de juros considerada para o credor. Assim, têm-se dois casos:

1.º caso: A taxa de reconstituição do capital é igual à taxa de juros do empréstimo.

2.º caso: A taxa de reconstituição do capital é diferente da taxa de juros do empréstimo.

11 — **Sistema Americano a uma taxa.** Considere-se uma dívida D, a ser amortizada pelo sistema americano a uma só taxa i. No fim de cada período, o devedor deverá dispor de uma anuidade para liquidar os juros periódicos referentes à dívida e de uma quota a' para formar o fundo de amortização.

$$\boxed{a = a' + j}$$

a quota a' deve ser de tal valor que no fim do tempo de empréstimo constitua um capital igual à dívida

$$D = a' s_{\overline{n}|} = a' \frac{u^n - 1}{r}$$

Portanto $\boxed{a' = D\frac{r}{u^n - 1}}$

e sendo os juros periódicos dados pela relação

$$\boxed{J = Dr}$$

obtém-se a anuidade mediante substituição e transformação

$$a = D\frac{r}{u^n - 1} + Dr$$

$$a = Dr\left(\frac{1}{u^n - 1} + 1\right)$$

$$a = Dr\frac{1 + u^n - 1}{u^n - 1}$$

$$\boxed{a = D\frac{ru^n}{u^n - 1}} \quad \text{ou} \quad \boxed{a = D\frac{1}{a_{\overline{n}|}}}$$

sendo que o valor de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ é encontrado na tábua financeira V.

12 — **Plano de reembôlso a uma taxa.** Consiste o plano em se formar uma tabela de dupla entrada, tendo na primeira linha a indicação do conteúdo de cada coluna, que consiste na disposição dos cálculos efetuados da seguinte forma:

1.ª coluna: São dispostos os números de períodos a partir de zero até ao último período n considerado.

2.ª coluna: São dispostas as anuidades que correspondem ao desembôlso do devedor e calculadas com emprêgo da expressão

$$\boxed{a = D\frac{1}{a_{\overline{n}|}}} \quad \text{ou} \quad \boxed{a = D\frac{ru^n}{u^n - 1}}$$

3.ª coluna: São colocados os juros constantes correspondentes a cada período e calculados com emprêgo da fórmula

$$\boxed{J = Dr}$$

4.ª coluna: São dispostas as quotas de formação do fundo que, para qualquer período, são iguais a

$$\boxed{Q = a - j}$$

5.ª coluna: São dispostos os valores do fundo de amortização calculados para um período k com emprêgo da expressão

$$\boxed{F_k = F_{k-1}\ (1 + r) + Q}$$

6.ª coluna: São dispostos os valores do capital não reconstruído, cujo cálculo é feito para um período k qualquer

$$\boxed{D_k = D - F_k} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{D_k = D_{k-1} - Q_k}$$

Exercício:

Uma pessoa deve liquidar uma dívida de Cr$ 100.000,00 ao fim de 4 anos e com a condição de pagar anualmente os juros de 10% a.a. Querendo constituir um fundo de amortização mediante quotas anuais, calcular a anuidade e formar o plano de reembôlso.

Resolução: Pelas condições do problema, tem-se o sistema americano de amortização e o valor da anuidade

$$a = D\ \frac{1}{a_{\overline{n}|}}$$

$$a = 100.000\ \frac{1}{a_{\overline{4}|}}$$

e, para i = 10% a.a., encontra-se na tábela IV, $\dfrac{1}{a_{\overline{n}|}}$

$$a = 100.000 \times 0{,}31547080$$

$$\boxed{a = \text{Cr\$ } 31.547{,}08}$$

Os juros a serem pagos anualmente são

$$J = Dr = 100.000 \times 0,1$$

$$\boxed{J = Cr\$\ 10.000,00}$$

A quota de formação do fundo é

$$Q = a - j$$

$$Q = 31.547,08 - 10.000,00$$

$$\boxed{Q = Cr\$\ 21.547,08}$$

O fundo de amortização é calculado para cada um dos períodos e da seguinte forma:

1.º Período:

$F_1 = Cr\$\ 21.547,08$

2.º Período:

$F_2 = F_1\ (1 + r) + Q = 21.547,08 \times 1,1 + 21.547,08 = Cr\$\ 45.248,87$

3.º Período:

$F_3 = F_2\ (1 + r) + Q = 45.248,87 \times 1,1 + 21.547,08 = Cr\$\ 71.320,74$

4.º Período:

$F_4 = F_3\ (1 + r) + Q = 71.320,74 \times 1,1 + 21.547,08 = Cr\$\ 99.999,89$

O capital não reconstruído para cada período é:

1.º Período: $D_1 = D - F_1 = 100.000,00 - 21.547,08 = Cr\$\ 78.452,92$

2.º Período: $D_2 = D - F_2 = 100.000,00 - 45.248,87 = Cr\$\ 54.751,13$

3.º Período: $D_3 = D - F_3 = 100.000,00 - 71.320,74 = Cr\$\ 28.679,26$

4.º Período: $D_4 = D - F_4 = 100.000,00 - 99.999,89 = Cr\$\ 0,11$

Ano	Desembôlso do devedor	Juros	Quota de formação do capital	Fundo de amortização	Capital não reconstruído
0	—	—	—	—	100.000,00
1	31.547,08	10.000,00	21.547,08	21.457,08	78.452,92
2	31.547,08	10.000,00	21.547,08	45.248,87	54.751,13
3	31.547,08	10.000,00	21.547,08	71.320,74	28.679,26
4	31.547,08	10.000,00	21.547,08	99.999,89	0,11

13 — **Sistema americano a duas taxas.** Consiste o sistema em se considerar duas taxas, sendo uma i para o credor e outra $i' < i$ para o devedor. Considerando uma dívida D, o devedor deverá desembolsar no fim de cada período a anuidade

$$\boxed{a = a' + J}$$

Sendo a' a quota periódica, tal que no fim do prazo de empréstimo constitua à taxa i' um capital igual à dívida.

$$D = a' \, s_{\overline{n}|}$$

Portanto $$\boxed{a' = D \, \frac{1}{s_{\overline{n}|r'}}}$$

e sendo $\dfrac{1}{s_{\overline{n}|r'}} = \dfrac{1}{a_{\overline{n}|r'}} - r'$, pode-se escrever

$$\boxed{a' = D \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|r'}} - r' \right)}$$

e os juros periódicos são calculados para a taxa i

$$\boxed{J = Dr}$$

A anuidade será então

$$a = D \, \frac{1}{s_{\overline{n}|r'}} + Dr$$

ou $$\boxed{a = D \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|r'}} - r' + r \right)}$$

14 — **Plano de reembôlso a duas taxas.** A formação do plano é idêntica à considerada para uma taxa. Deve-se, entretanto, considerar a taxa i para o credor e a taxa i' para o devedor. A anuidade que consiste no desembôlso do devedor é calculada considerando-se a taxa i' e empregando-se a expressão

$$a = D\left(\frac{1}{a_{\overline{n}|r'}} - r' + r\right)$$

Os juros que devem ser liquidados periòdicamente do devedor são calculados considerando-se a taxa i e empregando-se a expressão

$$J = Dr$$

Exercício:

Calcular o desembôlso anual e formar o plaho de reembôlso para uma dívida de Cr$ 100.000,00, sendo a taxa de 12% a.a. para o credor e de 10% a.a. para o devedor, o sistema americano e o prazo de 4 anos.

Resolução: Sendo D = 100.000, a taxa r' = 0,10 para o devedor e r = 0,12 para o credor, tem-se o desembôlso anual:

$$a = D\left(\frac{1}{a_{\overline{n}|r'}} - r' + r\right)$$

$$a = 100.000\left(\frac{1}{a_{\overline{4}|0,1}} - 0,1 + 0,12\right)$$

e, com auxílio da tábua V, obtém-se $\frac{1}{a_{\overline{4}|0,1}}$

$$a = 100.000\ (0,31547080 - 0,1 + 0,12)$$

$$a = 100.000 \times 0,33547080$$

$$a = \text{Cr\$ } 33.547,08$$

Os juros a serem pagos anualmente são iguais a

$$J = Dr = 100.000 \times 0,12$$

$$J = \text{Cr\$ } 12.000,00$$

A quota de formação do fundo no fim de cada ano será

$$Q = a - J$$

$$Q = 33.547,08 - 12.000,00$$

$$\boxed{Q = Cr\$\ 21.547,08}$$

O fundo de amortização e o capital não reconstruído para cada período são calculados, considerando a taxa 10% e procedendo-se como no tópico n.º 12. O plano será, então:

Ano	Desembôlso do devedor	Juros	Quota de formação do fundo	Fundo de amortização	Capital não reconstruído
0	—	—	—	—	100.000,00
1	33.547,08	12.000,00	21.547,08	21.547,08	78.452,92
2	33.547,08	12.000,00	21.547,08	45.248,87	54.751,13
3	33.547,08	12.000,00	21.547,08	71.320,74	28.679,26
4	33.547,08	12.000,00	21.547,08	99.999,89	0,11

14 — **Tabela Price.** Nos problemas pertinentes à amortização de uma dívida, mediante prestações mensais e durante um número inteiro de anos, pode-se utilizar a *Tabela Price*. As amortizações feitas nessas condições são comumente denominadas de *Sistema Price*, cujo nome deve-se a *Richard Price*, grande economista inglês. A Tabela Price fornece as anuidades capazes de amortizar o capital de Cr$ 1.000,00 figurando na mesma, diretamente os valores das taxas anuais de juros e o número inteiro de anos. Pode-se dizer que a Tabela Price é um caso particular da tabela V, aplicada ao regime de capitalização mensal e número inteiro de anos e cujos valores amortizam Cr$ 1.000,00.

Considerando a fórmula da expressão da anuidade

$$a = D\,\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$$

ou $$a = D\,\frac{r'\,u^n}{u^n - 1}$$

tem-se para capitalização mensal $r' = \frac{r}{12}$, número inteiro t de anos e capital Cr$ 1.000,00

$$\boxed{a = \frac{D}{1.000}\,\frac{1}{a_{\overline{12\,t}|}}}$$

ou $$\boxed{a = \frac{D}{1.000} \frac{\frac{r}{12}(1+\frac{r}{12})^{12t}}{(1+\frac{r}{12})^{12t}-1}}$$

Exercício:

Calcular a prestação mensal que amortiza durante 5 anos o capital Cr$ 2.000,00, à taxa de juros de 12% a.a.

Resolução: Sejam i = 12% a.a., t = 5 anos e D = 2.000, levados à expressão

$$a = \frac{D}{1.000} \frac{1}{a_{\overline{12t}|}}$$

$$a = \frac{2.000}{1.000} \frac{1}{a_{\overline{60}|}}$$

O valor de $\frac{1}{a_{\overline{60}|}}$ é encontrado na Tabela Price, na coluna referente a 12% a.a. e linha correspondente a 5 anos.

$$a = 2 \times 22{,}24445$$

$$\boxed{a = \text{Cr\$ } 44{,}49}$$

Observação: De conformidade com o exposto, êste problema pode ser resolvido com auxílio da tábua V, onde o valor de $\frac{1}{a_{\overline{60}|}}$ é encontrado na coluna correspondente a $r = \frac{12}{12} = 1\%$ è número de períodos igual a 60.

15 — **Exercícios:**

1. Uma dívida de Cr$ 2.000.000,00 deve ser paga em 10 prestações anuais. Sendo a taxa de juros de 12% a.a., calcular

a anuidade e formar o plano de amortização pelo sistema francês.

2. Uma pessoa quer amortizar, pelo sistema francês, uma dívida de Cr$ 200.000,00, em prestações semestrais e durante 3 anos. Sendo a taxa de juros igual a 11% a.a., calcular as prestações e formar o plano de amortização pelo sistema francês.
3. Contraiu-se uma dívida de Cr$ 12.000.000,00, pela compra de um imóvel, da qual 80% devem ser liquidados em prestações mensais e o restante em prestações trimestrais e durante 3 anos e 6 meses. Calcular os valores das prestações e formar o plano de amortização pelo sistema francês, sendo a taxa de 12% a.a.
4. Ao fim de quanto tempo uma dívida de Cr$ 500.000,00 pode ser amortizada com pagamentos anuais iguais a Cr$ 50.000,00, à taxa de juros de 5% a.a.?
5. Em que tempo se amortizaria uma dívida de Cr$ 2.000.000,00, com prestações mensais de Cr$ 100.000.00, sendo a taxa de juros de 6% a.a.?
6. Uma dívida de Cr$ 600.000,00 deve ser amortizada pelo sistema francês em prestações anuais e durante 10 anos. Sendo a taxa de juros de 5% a.a., calcular o saldo devedor no fim do sexto ano.
7. Uma pessoa amortiza a dívida de Cr$ 1.000.000,00, em prestações mensais, durante 2 anos e 6 meses e à taxa de 12% a.a. Calcular o saldo devedor no fim de 1 ano e 4 meses.
8. Calcular o capital amortizado pelo sistema francês no fim de 10 anos, referente à dívida de Cr$ 800.000,00, amortizada em 20 prestações anuais à taxa de 5% a.a.
9. Uma dívida de Cr$ 4.000.000,00 está sendo amortizada pelo sistema francês, em pagamentos trimestrais, à taxa de 10% a.a., durante 5 anos. Qual o capital amortizado no fim de 2 anos e 3 meses?
10. Calcular os juros referentes ao quarto ano da dívida de Cr$ 1.000.000,00, a ser amortizada, pelo sistema francês, em 6 prestações anuais, à taxa de juros de 5% a.a.
11. Uma pessoa amortiza, pelo sistema francês, Cr$ 600.000,00, em prestações semestrais, durante 3 anos e 6 meses e à taxa de 6% a.a. Quais os juros referentes ao quinto semestre?
12. Calcular os juros pagos durante os quatro primeiros anos referentes à dívida de Cr$ 500.000,00, a ser amortizada

pelo sistema francês em seis prestações anuais, à taxa de juros de 5% a.a.

13. Uma dívida de Cr$ 3.000.000,00 está sendo amortizada pelo sistema francês, em prestações semestrais, à taxa de 5% a.a. e durante 6 anos. Calcular os juros pagos durante os três primeiros anos.
14. Uma pessoa comprou um imóvel por Cr$ 5.000.000,00, que amortiza, pelo sistema francês, à taxa de 12% a.a., com prestações mensais e durante 4 anos. Calcular, para o segundo ano:
    a) o saldo devedor; b) o capital amortizado; c) os juros respectivos; d) os juros pagos.
15. Amortiza-se, pelo sistema francês, a dívida de Cr$ 1.000.000,00 em prestações anuais e durante 10 anos. Sendo a taxa de 6% a.a. e não se podendo pagar a quarta e a quinta prestações na época prevista, calcular a anuidade e formar o plano de amortização, considerando os seguintes casos:
    a) antecipando a quarta anuidade para o primeiro período e a quinta para o segundo.
    b) antecipando a quarta anuidade para o terceiro período e postecipando a quinta para o oitavo.
    c) antecipando a quarta e a quinta anuidades para o segundo período.
    d) postecipando a quarta e a quinta anuidades para o nono período.
16. A dívida de Cr$ 500.000,00 está sendo amortizada, pelo sistema francês, em prestações mensais, à taxa de juros de 12% a.a. e durante 1 ano. Calcular a anuidade e formar o plano de amortização, antecipando a décima-segunda para o décimo período e a décima-primeira para o nono período.
17. Uma pessoa deve liquidar uma dívida de Cr$ 500.000,00 ao fim de 5 anos e com a condição de pagar anualmente os juros de 12% a.a. Querendo constituir um fundo de amortização, mediante quotas anuais, calcular a anuidade e formar o plano de amortização.
18. Calcular o desembôlso semestral e formar o plano de reembôlso para uma dívida de Cr$ 1.000.000,00, sendo a taxa de 10% a.a. para o credor e de 6% a.a. para o devedor, o sistema americano e o prazo de 3 anos.
19. Calcular, com auxílio da Tabela Price, a anuidade para amortizar Cr$ 6.000.000,00 em prestações mensais, à taxa de 6% a.a. e durante 5 anos.

20. Um imóvel de Cr$ 8.000.000,00 deve ser amortizado, pelo sistema francês, em prestações mensais, durante 10 anos, à taxa de juros de 12% a.a. Calcular o valor de cada prestação.
21. Qual o valor de cada prestação mensal capaz de amortizar Cr$ 5.000.000,00, à taxa de juros de 6% a.a. e durante 4 anos?

CAPÍTULO V

DEPRECIAÇÃO

1 — **Introdução.** Os elementos do ativo de uma emprêsa, tais como maquinaria, veículos e móveis e utensílios, sofrem uma perda de valor ou depreciação com o decorrer do tempo. Essa depreciação deve-se a várias causas, entre outras, o uso, a ação do tempo, a negligência dos operadores ou funcionários e o aperfeiçoamento da técnica. Dessa forma o valor do elemento do Ativo decresce e ao fim de determinado tempo, ou seja, de sua *vida provável*, atinge um valor denominado *valor residual*. Para um elemento do ativo de custo C, vida provável n, e valor residual R, a *depreciação* ou perda de valor será

$$D = C - R$$

Torna-se então necessário constituir um fundo de depreciação, formado por quotas periódicas, que poderão ser iguais ou diferentes e tais que, findo o tempo de vida provável do elemento considerado, tenha-se constituído a sua depreciação. Ao fim de cada período, a diferença entre o custo da imobilização e o fundo de depreciação constitui o valor não depreciado.

O cálculo das quotas depende do conhecimento do custo do elemento depreciável, de sua vida provável e de seu valor residual. O custo do elemento do ativo é conhecido; entretanto, sua vida provável e seu valor residual são previstos por métodos estatísticos, que procuram relacionar as causas com efeitos. Nestes casos existem vários fatôres variáveis, tais como a oscilação de preços, a deflação ou a inflação e a carência de produção, que influem de maneira sensível e são incontroláveis.

Existem vários processos ou métodos para o cálculo das quotas anuais a fim de formar o fundo de depreciação:

1.º) Método linear.
2.º) Método da unidade de trabalho e de produção.
3.º) Método de Cole.

4.º) Método das porcentagens constantes.
5.º) Método do fundo de amortização.
6.º) Método das anuidades.

Na escolha de um dêsses métodos, devem-se ter em vista certas conveniências e considerações:

a) a depreciação não é proporcional ao tempo, sendo decrescente durante o tempo de vida provável do elemento do Ativo;

b) as quotas devem ser crescentes, para compensar o decréscimo do valor da depreciação e, de tal maneira, que não se encareça o custo da produção;

c) deve-se ou não incluir os juros do capital investido no custo do elemento considerado, fato êste controvertido;

d) um equipamento ou máquina sofre depreciação ou perda de valor, mesmo que não esteja em funcionamento.

2 — **Método linear.** Neste método considera-se a quota periódica constante e igual a

$$Q = \frac{C - R}{n}$$

A partir do conhecimento da quota periódica constante de depreciação, pode-se calcular o fundo de depreciação e a sua variação nos períodos de vida provável do elemento considerado, ou seja, seu *estado de depreciação*, construindo uma tabela de dupla entrada, tendo na primeira coluna os números de períodos e na primeira linha a discriminação do conteúdo de cada coluna.

1.ª coluna: *Número de períodos* (ano)

2.ª coluna: *Quota periódica* (quota anual) que, no caso, é constante e feita com emprêgo da expressão

$$Q = \frac{C - R}{n}$$

3.ª coluna: *Fundo de depreciação.* Considerando um período $k \leq n$, o fundo de depreciação é calculado com auxílio da expressão

$$\boxed{F_k = F_{k-1} + Q}$$

ou $\boxed{F_k = kQ}$

4.ª coluna: *Valor não depreciado*, cujo cálculo é feito com emprêgo da expressão, para um período qualquer $k \leq n$,

$$\boxed{C_k = C - F_k} \quad \text{ou} \quad \boxed{C_k = C_{k-1} - Q}$$

Exercício:

Calcular, pelo método linear, a quota anual para o fundo de depreciação e a variação dêsse fundo, para um elemento do ativo cujo custo é Cr$ 10.000,00 e estimados seu valor residual em Cr$ 4.000,00 e vida provável em 6 anos.

Resolução: Sendo $C = 10.000$, $R = 4.000$ e $n = 6$, tem-se a quota periódica constante

$$Q = \frac{C - R}{n}$$

$$Q = \frac{10.000 - 4.000}{6}$$

$$\boxed{Q = \text{Cr\$ } 1.000,00}$$

Obtém-se o estado de depreciação, calculando-se para cada período:

1.º Ano: *Fundo de depreciação*

$$F_1 = F \times O + Q = 0 + 1.000 = \text{Cr\$ } 1.000,00$$

ou $$F_1 = kQ = 1 \times 1.000 = \text{Cr\$ } 1.000,00$$

Valor não depreciado

$$C_1 = C - F_1 = 10.000 - 1.000 = \text{Cr\$ } 9.000,00$$

ou $$C_1 = C_0 - Q = 10.000 - 1.000 = \text{Cr\$ } 9.000,00$$

2.º Ano: *Fundo de depreciação*

$$F_2 = F_1 + Q = 1.000 + 1.000 = \text{Cr\$ } 2.000,00$$

ou $F_2 = kQ = 2 \times 1.000 = Cr\$\ 2.000,00$

Valor não depreciado

$C_2 = C - F_2 = 10.000 - 2.000 = Cr\$\ 8.000,00$

ou $C_2 = C_1 - Q = 9.000 - 1.000 = Cr\$\ 8.000,00$

3.º Ano: Fundo de depreciação

$F_3 = F_2 + Q = 2.000 + 1.000 = Cr\$\ 3.000,00$

ou $F_3 = kQ = 3 \times 1.000 = Cr\$\ 3.000,00$

Valor não depreciado

$C_3 = C - F_3 = 10.000 - 3.000 = Cr\$\ 7.000,00$

ou $C_3 = C_2 - Q = 8.000 - 1.000 = Cr\$\ 7.000,00$

E assim sucessivamente para os demais períodos, obtendo-se o seguinte quadro:

Ano	Quota anual	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	10.000,00
1	1.000,00	1.000,00	9.000,00
2	1.000,00	2.000,00	8.000,00
3	1.000,00	3.000,00	7.000,00
4	1.000,00	4.000,00	6.000,00
5	1.000,00	5.000,00	5.000,00
6	1.000,00	6.000,00	4.000,00

3 — Método da unidade de trabalho e de produção. Neste método calcula-se a quota periódica para o fundo de depreciação, considerando-se o trabalho executado ou a produção obtida em cada período.

a) *Unidade de trabalho.* Seja C a depreciação total de uma máquina e T o número de horas estimado de seu funcionamento regular. A depreciação por hora será

$$d = \frac{C}{T}$$

Se essa máquina trabalhar m horas por período, a quota de amortização será

$$\boxed{Q = md} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{Q = m\frac{C}{T}}$$

b) *Produção obtida.* Seja C a depreciação total de uma máquina e p sua capacidade de produção. A depreciação por unidade produzida é

$$\boxed{d = \frac{C}{p}}$$

Se essa máquina produzir m unidades por período, a quota de amortização será

$$\boxed{Q = md} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{Q = m\frac{C}{p}}$$

Exercício:

A depreciação total de certa máquina é Cr$ 10.000,00 e foi estimado em 25.000 horas seu funcionamento regular. Sendo estimado em 2.500 seu funcionamento por hora, calcular a quota anual de depreciação e formar o quadro do estado da depreciação.

Resolução: Sendo C = 10.000, T = 25.000 e m = 2.500, tem-se, para depreciação por hora,

$$d = \frac{C}{T} = \frac{10.000}{25.000} = \text{Cr\$ } 0{,}40$$

A quota de depreciação por ano será

$$Q = md = 2.500 \times 0{,}40 = \text{Cr\$ } 1.000{,}00$$

e o tempo para a depreciação total obtém-se:

$$n = \frac{C}{Q} = \frac{10.000}{1.000} = 10 \text{ anos}$$

O estado da depreciação é disposto no quadro seguinte:

ESTADO DA DEPRECIAÇÃO

(Método da unidade de trabalho)

Ano	Quota anual	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	10.000,00
1	1.000,00	1.000,00	9.000,00
2	1.000,00	2.000,00	8.000,00
3	1.000,00	3.000,00	7.000,00
4	1.000,00	4.000,00	6.000,00
5	1.000,00	5.000,00	5.000,00
6	1.000,00	6.000,00	4.000,00
7	1.000,00	7.000,00	3.000,00
8	1.000,00	8.000,00	2.000,00
9	1.000,00	9.000,00	1.000,00
10	1.000,00	10.000,00	0

4 — **Método de Cole.** Considerando-se C o custo de um elemento do ativo a ser depreciado e estimados em R e n, respectivamente, seu valor residual e vida provável, as quotas são calculadas com emprêgo da expressão

$$Q_k = \frac{n-p}{1+2+\ldots+n}\,(C-R)$$

atribuindo os valores para $p = 0, 1, 2, 3, \ldots, n-1$.

Exercício:

Um elemento depreciável do ativo tem seu custo de Cr$ 10.000,00 e estimados seu valor residual em Cr$ 4.000,00 e sua vida provável em 6 anos. Calcular as quotas anuais de depreciação e formar o quadro do estado da depreciação.

Resolução: As quotas anuais de depreciação são obtidas aplicando-se a expressão

$$Q_k = \frac{n-p}{1+2+\ldots+n}\,(C-R) \quad \text{com} \quad p = 0, 1, 2, \ldots, n-1.$$

Para cada um dos períodos tem-se, respectivamente,

1.º Período: $(p=0)\quad Q_1 = \dfrac{6-0}{1+2+3+4+5+6}\,(10.000 - 4.000)$

$$Q_1 = \frac{6}{21} \times 6.000$$

$$\boxed{Q_1 = \text{Cr\$ } 1.714{,}28}$$

2.º Período: $(p = 1)$ $Q_2 = \dfrac{6-1}{21} \times 6.000 = \text{Cr\$ } 1.428{,}57$

3.º Período: $(p = 2)$ $Q_3 = \dfrac{6-2}{21} \times 6.000 = \text{Cr\$ } 1.142{,}87$

4.º Período: $(p = 3)$ $Q_4 = \dfrac{6-3}{21} \times 6.000 = \text{Cr\$ } 857{,}14$

5.º Período: $(p = 4)$ $Q_5 = \dfrac{6-4}{21} \times 6.000 = \text{Cr\$ } 571{,}43$

6.º Período: $(p = 5)$ $Q_6 = \dfrac{6-5}{21} \times 6.000 = \text{Cr\$ } 285{,}71$

O estado de depreciação será

ESTADO DA DEPRECIAÇÃO
(Método de Cole)

Ano	Quota anual	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	10.000,00
1	1.714,28	1.714,28	8.285,72
2	1.428,57	3.142,85	6.857,15
3	1.142,87	4.285,72	5.714,28
4	857,14	5.142,86	4.857,14
5	571,43	5.714,29	4.285,71
6	285,71	6.000,00	4.000,00

5 — **Método das porcentagens constantes.** Neste método, a quota referente a um determinado período é igual a uma porcentagem do valor não depreciado no início do período. Considerando-se C o custo de um elemento a ser depreciado e estimados seu valor residual em R e sua vida provável em n, e sendo i a taxa centesimal de porcentagem, tem-se, para cada um dos períodos:

1.º Período:

$$\textit{Quota } Q_1 = \frac{Ci}{100} = Cr$$

Valor não depreciado: $C_1 = C - Cr = C(1 - r)$

2.º Período:

Quota $Q_2 = C_1 r = C(1 - r)r$

Valor não depreciado: $C_2 = C_1 - Q_2 = C(1 - r) - C(1 - r)r =$

$$= C(1 - r)^2$$

3.º Período:

Quota $Q_3 = C_2 r = C(1 - r)^2 r$

Valor não depreciado: $C_3 = C_2 - Q_3 = C(1 - r)^2 - C(1 - r)r =$

$$= C(1 - r)^3$$

No fim de n períodos (vida provável do elemento) tem-se, para valor não depreciado,

$$C_n = C\ (1 - r)^n$$

cujo valor deve ser igual ao valor residual do elemento a ser depreciado

$$C_n = R$$

ou $$C\ (1 - r)^n = R$$

e mediante transformações, tem-se, sucessivamente,

$$(1 - r)^n = \frac{R}{C}$$

$$1 - r = \sqrt[n]{\frac{R}{C}}$$

$$\boxed{r = 1 - \sqrt[n]{\frac{R}{C}}}$$

e $$\boxed{i = 100\left(1 - \sqrt[n]{\frac{R}{C}}\right)}$$

Para um período $k \leqslant n$ do estado de depreciação calculam-se:

a) *Quota:* Empregando a expressão

$$\boxed{Q_k = C_{k-1} r}$$

b) *Fundo de depreciação:* empregando a expressão

$$\boxed{F_k = F_{k-1} + A_k}$$

c) *Valor não depreciado*: empregando a expressão

$$\boxed{C_k = C - F_k} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{C_k = C_{k-1} - Q_k}$$

Exercício:

Calcular a taxa de porcentagem constante e formar o quadro do estado da depreciação para um elemento depreciável e do ativo, cujo custo é Cr$ 10.000,00 e estimados em Cr$ 4.000,00 seu valor residual e em 6 anos sua vida provável.

Resolução: Sendo C = 10.000, R = 4.000 e n = 6, tem-se para a taxa de porcentagem anual

$$i = 100\left(1 - \sqrt[n]{\frac{R}{C}}\right)$$

$$i = 100\left(1 - \sqrt{\frac{4.000}{10.000}}\right)$$

$$i = 100\ (1 - \sqrt[6]{0{,}4}\ )$$

Calculando $\sqrt[6]{0{,}4}$ com emprêgo de logaritmos

$$\log \sqrt[6]{0{,}4} = \frac{\log 0{,}4}{6} = \frac{1{,}6020600}{6} = \frac{(-1-5)+5+0{,}6020600}{6} =$$

$$= \frac{-6+5{,}6020600}{6} = 1{,}9336767$$

Portanto $\sqrt[6]{0{,}4} \cong 0{,}858374$

E o valor da taxa será

$$i \cong 100\ (1 - 0{,}858374)$$

$$\boxed{i \cong 14{,}1626\%}$$

O estado de depreciação é obtido calculando-se para cada um dos anos:

1.º Ano: a) *Quota*

$$Q_1 = C_0 r = 10.000 \times 0{,}141626 = \text{Cr\$ } 1.416{,}26$$

b) *Fundo de depreciação*

$F_1 = F_0 + Q_1 = Q_1 = Cr\$\ 1.416,26$

c) *Valor não depreciado*

$C_1 = C - F_1 = 10.000 - 1.416,26 = Cr\$\ 8.583,74$

2.º Ano: a) *Quota*

$Q_2 = C_1 r = 8.583,74 \times 0,141626 = Cr\$\ 1.216,68$

b) *Fundo de depreciação*

$F_2 = F_1 + Q_2 = 1.416,26 + 1.216,68 = Cr\$\ 2.632,94$

c) *Valor não depreciado*

$C_2 = C - F_2 = 10.000 - 2.632,94 = Cr\$\ 7.367,06$

E assim sucessivamente para cada ano, obtendo-se o seguinte quadro:

ESTADO DA DEPRECIAÇÃO
(Método das porcentagens constantes)

Ano	Quota anual	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	10.000,00
1	1.416,26	1.416,26	8.583,74
2	1.216,68	2.632,94	7.367,06
3	1.043,37	3.676,31	6.323,69
4	895,60	4.571,91	5.428,09
5	768,76	5.340,67	4.659,33
6	659,88	6.000,00	4.000,00

6 — **Método do fundo de amortização.** Neste método consideram-se os juros referentes às quotas de amortização. Seja C o custo de um elemento depreciável do ativo e estimados seu valor residual em R e sua vida provável em n. As n quotas iguais a Q formam uma renda imediata, cujo montante é

$$M = Q\, s_{\overline{n}|}$$

Êsse montante, no fim de n períodos, deve ser igual à depreciação; portanto

$$Q\, s_{\overline{n}|} = C - R$$

ou $$Q = (C - R) \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$$

e sendo $$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r$$

tem-se $$\boxed{Q = (C - R)\ (\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r)}$$

que é o valor da quota constante periódica. O valor de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ encontra-se na tábua financeira V.

O estado da depreciação é obtido aplicando-se as expressões seguintes para um período $k \leqslant n$ qualquer:

a) *Fundo de amortização*

$$\boxed{F_k = Q\, s_{\overline{k}|}}$$

encontrando-se o valor de $s_{\overline{k}|}$ na tábua financeira III.

b) *Valor não depreciado*

$$\boxed{C_k = C - F_k} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{C_k = C - Q\, s_{\overline{k}|}}$$

Exercício:

Sendo o custo de um elemento depreciável do ativo Cr$ 10.000,00, e estimados em Cr$ 4.000,00 seu valor residual e 6 anos sua vida provável, calcular a quota e formar o quadro do estado da depreciação, considerando a taxa de juros de 5% a.a. e o método do fundo de amortização.

Resolução: Sendo C = 10.000, R = 4.000, n = 6 e i = 5%, obtém-se a quota constante com emprêgo da expressão

$$Q = (C - R)\ (\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r)$$

$$Q = (10.000 - 4.000)\ \left(\frac{1}{a_{\overline{6}|5}} - 0,05\right)$$

e com auxílio da tábua financeira V

$$Q = 6.000\ (0,19701747 - 0,05)$$

$$\boxed{Q = \text{Cr\$ } 882,11}$$

Para a formação do quadro do estado da depreciação, calcula-se o fundo de depreciação:

1.º Período: $F_1 = Q\, s_{\overline{1}|} = 882,11 \times 1 = \text{Cr\$ } 882,11$

2.º Período: $F_2 = Q\, s_{\overline{2}|} = 882,11 \times 2,05 = \text{Cr\$ } 1.808,33$

e assim sucessivamente para os demais períodos e com o auxílio da tábua III.

ESTADO DA DEPRECIAÇÃO
(Método do fundo de amortização)

Ano	Quota anual	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	10.000,00
1	882,11	882,11	9.117,89
2	882,11	1.808,33	8.191,67
3	882,11	2.780,85	7.219,15
4	882,11	4.242,00	5.757,00
5	882,11	4.874,21	5.125,79
6	882,11	6.000,00	4.000,00

7 — **Método das anuidades.** Neste método consideram-se os juros do capital referente ao custo do elemento a ser depreciado. Sendo C êsse custo, e estimados em R o seu valor residual e n sua vida provável, e considerada a taxa i de juros, o montante do capital invertido será

$$M = Cu^n$$

e a depreciação total

$$D = M - R$$

ou $$\boxed{D = Cu^n - R}$$

As quotas de depreciação formam uma renda imediata, cujo montante no fim de n períodos é

$$M' = Q\, s_{\overline{n}|}$$

ou $$M' = Q\,\frac{u^n - 1}{r}$$

e, como êsse montante deve ser igual a depreciação, tem-se

$$Q\,\frac{u^n - 1}{r} = Cu^n - R$$

Transformando essa expressão, obtém-se sucessivamente

$$Q\,(u^n - 1) = (Cu^n - R)\,r$$

$$Q = \frac{Cru^n - Rr}{u^n - 1}$$

$$Q = \frac{Cru^n - Rr + Cr - Cr}{u^n - 1}$$

$$Q = \frac{Cr\,(u^n - 1) + (C - R)\,r}{u^n - 1}$$

$$Q = Cr + (C - R)\,\frac{r}{u^n - 1}$$

$$\boxed{Q = Cr + (C - R)\,\frac{1}{s_{\overline{n}|}}}$$

e sendo $\dfrac{1}{s_{\overline{n}|}} = \dfrac{1}{a_{\overline{n}|}} - r$, a expressão fica

$$Q = Cr + (C - R)\,\left(\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r\right)$$

Na formação do quadro do estado da depreciação é conveniente acrescentar duas colunas, onde são colocados os juros sôbre o valor não depreciado e as diferenças entre a quota de depreciação e os juros do valor não depreciado, referente ao fim do período anterior. O quadro fica formado por seis colunas:

1.ª coluna: Onde são colocados os números de períodos;

2.ª coluna: Onde é disposta a quota constante de depreciação, para os referidos períodos, e calculada com emprêgo da expressão vista;

3.ª coluna: Refere-se aos juros calculados sôbre o valor não depreciado e obtido com auxílio da expressão

$$\boxed{J_k = C_{k-1} r}$$

4.ª coluna: Relativa às diferenças entre a quota e os juros calculados. Obtém-se com emprêgo da expressão

$$\boxed{d_k = Q - J_k}$$

5.ª coluna: Onde é colocado o fundo de depreciação referente a cada período e calculado com emprêgo da expressão

$$\boxed{F_k = F_{k-1} + d_k}$$

6.ª coluna: Relativa ao valor não depreciado correspondente ao fim de cada período e obtido com auxílio da expressão

$$\boxed{C_k = C - F_k}$$

ou $$\boxed{C_k = C_{k-1} - d_k}$$

Exercício:

Formar, pelo método das anuidades, o quadro de depreciação para um elemento do ativo a ser depreciado, sendo seu custo de Cr$ 10.000,00, a taxa 5% a.a. e estimando em Cr$ 4.000,00 seu valor residual e em 6 anos sua vida provável.

Resolução: Aplicando a expressão da quota de depreciação às condições do exercício, tem-se:

$$Q = Cr + (C - R)\ \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - r\right)$$

$$Q = 10.000 \times 0{,}05 + (10.000 - 4.000)\ \left(\frac{1}{a_{\overline{6}|}} - {,}0{,}05\right)$$

e, com auxílio da tábua V, obtém-se $\frac{1}{a_{\overline{6}|}}$

$$Q = 500 + 882{,}11$$

$$\boxed{Q = \text{Cr\$ } 1.382{,}11}$$

O quadro é formado, calculando-se para os períodos:

1.º *Período:* a) *Juros sôbre o valor não depreciado*

$$J_1 = C_0 r = 10.000 \times 0{,}05 = \text{Cr\$ } 500{,}00$$

b) *Diferença*

$$d_1 = Q - J_1 = 1.382{,}11 - 500{,}00 = \text{Cr\$ } 882{,}11$$

2.º *Período:* a) *Juros sôbre o valor não depreciado*

$$J_2 = C_1 r = 9.117{,}89 \times 0{,}05 = \text{Cr\$ } 455{,}89$$

b) *Diferença*

$$d_2 = Q - J_2 = 1.382{,}11 - 455{,}89 = \text{Cr\$ } 926{,}22$$

e assim procedendo-se para cada período, obtém-se o seguinte quadro:

ESTADO DA DEPRECIAÇÃO
(Método das anuidades)

Ano	Quota anual	Juros sôbre o valor não depreciado	Diferença	Fundo de depreciação	Valor não depreciado
0	—	—	—	—	10.000,00
1	1.382,11	500,00	882,11	882,11	9.117,89
2	1.382,11	455,89	926,22	1.808,33	8.191,67
3	1.382,11	409,58	972.53	2.780,86	7.219,14
4	1.382,11	360,96	1.021,15	3.802,01	6.197,99
5	1.382,11	309,90	1.072,21	6.000,00	5.125,78
6	1.382,11	256,29	1.125,82	4.874,22	4.000,00

8 — **Exercícios:**

1. Calcular, pelo método linear, a quota anual para o fundo de depreciação e a variação dêsse fundo para um elemento do ativo, cujo custo é Cr$ 200.000,00 e estimados seu valor residual em Cr$ 50.000,00 e vida provável em 5 anos.

2. Qual a quota anual, para o fundo de depreciação, para uma maquinaria de custo de Cr$ 800.000,00, valor residual de Cr$ 200.000,00 e vida provável de 6 anos, se aplicado o método linear? Formar o quadro de depreciação.
3. Sabe-se que um móvel foi depreciado pelo método linear, com a quota anual de Cr$ 20.000,00. Sendo seu custo Cr$ 150.000,00 e estimada sua vida provável em 12 anos, calcular seu valor residual.
4. A depreciação total de uma maquinaria é Cr$ 50.000,00 e foi estimado em 50.000 horas seu funcionamento regular. Sendo estimada em 2.500 horas de funcionamento por ano, calcular a quota anual de depreciação e formar o quadro do estado da depreciação.
5. Calcular, pelo método da produção, a quota anual para formar o fundo de depreciação de uma maquinaria cuja depreciação total é de Cr$ 40.000,00 e estimada em 30.000 unidades sua produção regular e em 3.000 unidades por ano. Formar o quadro de depreciação.
6. Um utensílio tem seu custo de Cr$ 25.000,00 e estimados seu valor residual em Cr$ 5.000,00 e sua vida provável em 5 anos. Calcular as quotas anuais de depreciação e formar o quadro pelo método de Cole.
7. Um móvel de Cr$ 40.000,00 tem sua vida provável em 5 anos e seu valor residual de Cr$ 10.000,00. Calcular a taxa de porcentagem e formar o quadro pelo método das porcentagens constantes.
8. Uma maquinaria tem seu custo de Cr$ 50.000,00 e são estimados em Cr$ 10.000,00 seu valor residual e 5 anos sua vida provável. Sendo a taxa de juros de 10% a.a., calcular a quota e formar o quadro de depreciação pelo método do fundo de depreciação.
9. Formar, pelo método das anuidades, o quadro da depreciação para um móvel cujo custo é Cr$ 100.000,00, a taxa de 6% a.a. e estimados em Cr$ 80.000,00 seu valor residual e em 10 anos sua vida provável.
10. Um utensílio tem o custo de Cr$ 20.000,00, valor residual de Cr$ 5.000,00 e vida provável de 5 anos. Sendo a taxa de juros de 3% a.a., calcular a quota anual e formar o quadro pelo método das anuidades.

166

JOSÉ DOS SANTOS MOREIRA

TÁBUAS FINANCEIRAS

(Para fins escolares)

COMPLEMENTO DO LIVRO
MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA
(2º Volume)

EASA EDITÔRA ATLAS S. A.

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	1/8 %	1/4 %	3/8 %	1/2 %	5/8 %	3/4 %	7/8 %	1%
1	1,0012 5000	1,0025 0000	1,0037 5000	1,0050 0000	1,0062 5000	1,0075 0000	1,0087 5000	1,0100 0000
2	1,0025 0156	1,0050 0625	1,0075 1406	1,0100 2500	1,0125 3906	1,0150 5625	1,0175 7656	1,0201 0000
3	1,0037 5469	1,0075 1877	1,0112 9224	1,0150 7513	1,0188 6743	1,0226 6917	1,0264 8036	1,0303 0100
4	1,0050 0938	1,0100 3756	1,0150 8459	1,0201 5050	1,0252 3535	1,0303 3919	1,0354 6206	1,0406 0401
5	1,0062 6564	1,0125 6266	1,0188 9115	1,0252 5125	1,0316 4307	1,0380 6673	1,0445 2235	1,0510 1005
6	1,0075 2348	1,0150 9406	1,0227 1200	1,0303 7751	1,0380 9084	1,0458 5224	1,0536 6192	1,0615 2015
7	1,0087 8288	1,0176 3180	1,0265 4717	1,0355 2940	1,0445 7891	1,0536 9613	1,0628 8147	1,0721 3535
8	1,0100 4386	1,0201 7588	1,0303 9672	1,0407 0704	1,0511 0753	1,0615 9885	1,0721 8168	1,0828 5671
9	1,0113 0641	1,0227 2632	1,0342 6070	1,0459 1058	1,0576 7695	1,0695 6084	1,0815 6327	1,0936 8527
10	1,0125 7055	1,0252 8313	1,0381 3918	1,0511 4013	1,0642 8743	1,0775 8255	1,0910 2695	1,1046 2213
11	1,0138 3626	1,0278 4634	1,0420 3220	1,0563 9583	1,0709 3923	1,0856 6441	1,1005 7343	1,1156 6835
12	1,0151 0356	1,0304 1596	1,0459 3983	1,0616 7781	1,0776 3260	1,0938 0690	1,1102 0345	1,1268 2503
13	1,0163 7244	1,0329 9200	1,0498 6210	1,0669 8620	1,0843 6780	1,1020 1045	1,1199 1773	1,1380 9328
14	1,0176 4290	1,0355 7448	1,0537 9908	1,0723 2113	1,0911 4510	1,1102 7553	1,1297 1701	1,1494 7421
15	1,0189 1495	1,0381 6341	1,0577 5083	1,0776 8274	1,0979 6476	1,1186 0259	1,1396 0203	1,1609 6896
16	1,0201 8860	1,0407 5882	1,0617 1739	1,0830 7115	1,1048 2704	1,1269 9211	1,1495 7355	1,1725 7864
17	1,0214 6383	1,0433 6072	1,0656 9883	1,0884 8651	1,1117 3221	1,1354 4455	1,1596 3232	1,1843 0443
18	1,0227 4066	1,0459 6912	1,0696 9521	1,0939 2894	1,1186 8053	1,1439 6039	1,1697 7910	1,1961 4748
19	1,0240 1909	1,0485 8404	1,0737 0656	1,0993 9858	1,1256 7229	1,1525 4009	1,1800 1467	1,2081 0895
20	1,0252 9911	1,0512 0550	1,0777 3296	1,1048 9558	1,1327 0774	1,1611 8414	1,1903 3980	1,2201 9004
21	1,0265 8074	1,0538 3352	1,0817 7446	1,1104 2006	1,1397 8716	1,1698 9302	1,2007 5527	1,2323 9194
22	1,0278 6396	1,0564 6810	1,0858 3111	1,1159 7216	1,1469 1083	1,1786 6722	1,2112 6188	1,2447 1586
23	1,0291 4879	1,0591 0927	1,0899 0298	1,1215 5202	1,1540 7902	1,1875 0723	1,2218 6042	1,2571 6302
24	1,0304 3523	1,0617 5704	1,0939 9012	1,1271 5978	1,1612 9202	1,1964 1353	1,2325 5170	1,2697 3465
25	1,0317 2327	1,0644 1144	1,0980 9258	1,1327 9558	1,1685 5009	1,2053 8663	1,2433 3653	1,2824 3199
26	1,0330 1293	1,0670 7247	1,1022 1043	1,1384 5955	1,1758 5353	1,2144 2703	1,2542 1572	1,2952 5631
27	1,0343 0419	1,0697 4015	1,1063 4372	1,1441 5185	1,1832 0262	1,2235 3523	1,2651 9011	1,3082 0888
28	1,0355 9707	1,0724 1450	1,1104 9251	1,1498 7261	1,1905 9763	1,2327 1175	1,2762 6052	1,3212 9097
29	1,0368 9157	1,0750 9553	1,1146 5685	1,1556 2197	1,1980 3887	1,2419 5709	1,2874 2780	1,3345 0388
30	1,0381 8768	1,0777 8327	1,1188 3682	1,1614 0008	1,2055 2661	1,2512 7176	1,2986 9280	1,3478 4892
31	1,0394 8542	1,0804 7773	1,1230 3245	1,1672 0708	1,2130 6115	1,2606 5630	1,3100 5636	1,3613 2740
32	1,0407 8478	1,0831 7892	1,1272 4383	1,1730 4312	1,2206 4278	1,2701 1122	1,3215 1935	1,3749 4068
33	1,0420 8576	1,0858 8687	1,1314 7099	1,1789 0833	1,2282 7180	1,2796 3706	1,3330 8265	1,3886 9009
34	1,0433 8836	1,0886 0159	1,1357 1401	1,1848 0288	1,2359 4850	1,2892 3434	1,3447 4712	1,4025 7699
35	1,0446 9260	1,0913 2309	1,1399 7293	1,1907 2689	1,2436 7318	1,2989 0359	1,3565 1366	1,4166 0276
36	1,0459 9847	1,0940 5140	1,1442 4783	1,1966 8052	1,2514 4614	1,3086 4537	1,3683 8315	1,4307 6878
37	1,0473 0596	1,0967 8653	1,1485 3876	1,2026 6393	1,2592 6767	1,3184 6021	1,3803 5650	1,4450 7647
38	1,0486 1510	1,0995 2850	1,1528 4578	1,2086 7725	1,2671 3810	1,3283 4866	1,3924 3462	1,4595 2724
39	1,0499 2586	1,1022 7732	1,1571 6895	1,2147 2063	1,2750 5771	1,3383 1128	1,4046 1843	1,4741 2251
40	1,0512 3827	1,1050 3301	1,1615 0834	1,2207 9424	1,2830 2682	1,3483 4861	1,4169 0884	1,4888 6373
41	1,0525 5232	1,1077 9559	1,1658 6399	1,2268 9821	1,2910 4574	1,3584 6123	1,4293 0679	1,5037 5237
42	1,0538 6801	1,1105 6508	1,1702 3598	1,2330 3270	1,2991 1477	1,3686 4969	1,4418 1322	1,5187 8989
43	1,0551 8535	1,1133 4149	1,1746 2437	1,2391 9786	1,3072 3424	1,3789 1456	1,4544 2909	1,5339 7779
44	1,0565 0433	1,1161 2485	1,1790 2921	1,2453 9385	1,3154 0446	1,3892 5642	1,4671 5534	1,5493 1757
45	1,0578 2496	1,1189 1516	1,1834 5057	1,2516 2082	1,3236 2573	1,3996 7584	1,4799 9295	1,5648 1075
46	1,0591 4724	1,1217 1245	1,1878 8851	1,2578 7892	1,3318 9839	1,4101 7341	1,4929 4289	1,5804 5885
47	1,0604 7117	1,1245 1673	1,1923 4309	1,2641 6832	1,3402 2276	1,4207 4971	1,5060 0614	1,5962 6344
48	1,0617 9676	1,1273 2802	1,1968 1438	1,2704 8916	1,3485 9915	1,4314 0533	1,5191 8370	1,6122 2608
49	1,0631 2401	1,1301 4634	1,2013 0243	1,2768 4161	1,3570 2790	1,4421 4087	1,5324 7655	1,6283 4834
50	1,0644 5291	1,1329 7171	1,2058 0732	1,2832 2581	1,3655 0932	1,4529 5693	1,5458 8572	1,6446 3182
51	1,0657 8348	1,1358 0414	1,2103 2909	1,2896 4194	1,3740 4375	1,4638 5411	1,5594 1222	1,6610 7814
52	1,0671 1571	1,1386 4365	1,2148 6783	1,2960 9015	1,3826 3153	1,4748 3301	1,5730 5708	1,6776 8892
53	1,0684 4960	1,1414 9026	1,2194 2358	1,3025 7060	1,3912 7297	1,4858 9426	1,5868 2133	1,6944 6581
54	1,0697 8516	1,1443 4398	1,2239 9642	1,3090 8346	1,3999 6843	1,4970 3847	1,6007 0602	1,7114 1047
55	1,0711 2240	1,1472 0484	1,2285 8641	1,3156 2887	1,4087 1823	1,5082 6626	1,6147 1219	1,7285 2457
56	1,0724 6130	1,1500 7285	1,2331 9361	1,3222 0702	1,4175 2272	1,5195 7825	1,6288 4093	1,7458 0982
57	1,0738 0188	1,1529 4804	1,2378 1808	1,3288 1805	1,4263 8224	1,5309 7509	1,6430 9328	1,7632 6792
58	1,0751 4413	1,1558 3041	1,2424 5990	1,3354 6214	1,4352 9713	1,5424 5740	1,6574 7035	1,7809 0060
59	1,0764 8806	1,1587 1998	1,2471 1912	1,3421 3946	1,4442 6773	1,5540 2583	1,6719 7322	1,7987 0960
60	1,0778 3367	1,1616 1678	1,2517 9582	1,3488 5015	1,4532 9441	1,5656 8103	1,6866 0298	1,8166 9670

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	$1\frac{1}{8}\%$	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{3}{8}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$1\frac{5}{8}\%$	$1\frac{3}{4}\%$	$1\frac{7}{8}\%$	2%
1	1,0112 5000	1,0125 0000	1,0137 5000	1,0150 0000	1,0162 5000	1,0175 0000	1,0187 5000	1,0200 0000
2	1,0226 2656	1,0251 5625	1,0276 8906	1,0302 2500	1,0327 6406	1,0353 0625	1,0378 5156	1,0404 0000
3	1,0341 3111	1,0379 7070	1,0418 1979	1,0456 7837	1,0495 4648	1,0534 2411	1,0573 1128	1,0612 0800
4	1,0457 6509	1,0509 4534	1,0561 4481	1,0613 6355	1,0666 0161	1,0718 5903	1,0771 3587	1,0824 3216
5	1,0575 2994	1,0640 8215	1,0706 6680	1,0772 8400	1,0839 3388	1,0906 1656	1,0973 3216	1,1040 8080
6	1,0694 2716	1,0773 8318	1,0853 8847	1,0934 4326	1,1015 4781	1,1097 0235	1,1179 0714	1,1261 6242
7	1,0814 5821	1,0908 5047	1,1003 1256	1,1098 4491	1,1194 4796	1,1291 2215	1,1388 6790	1,1486 8567
8	1,0936 2462	1,1044 8610	1,1154 4186	1,1264 9259	1,1376 3899	1,1488 8178	1,1602 2167	1,1716 5938
9	1,1059 2789	1,1182 9218	1,1307 7918	1,1433 8998	1,1561 2563	1,1689 8721	1,1819 7583	1,1950 9257
10	1,1183 6958	1,1322 7083	1,1463 2740	1,1605 4083	1,1749 1267	1,1894 4449	1,2041 3788	1,2189 9442
11	1,1309 5124	1,1464 2422	1,1620 8940	1,1779 4894	1,1940 0500	1,2102 5977	1,2267 1546	1,2433 7431
12	1,1436,7444	1,1607 5452	1,1780 6813	1,1956 1817	1,2134 0758	1,2314 3931	1,2497 1638	1,2682 4179
13	1,1565 4078	1,1752 6395	1,1942 6656	1,2135 5244	1,2331 2545	1,2529 8950	1,2731 4856	1,2936 0663
14	1,1695 5186	1,1899 5475	1,2106 8773	1,2317 5573	1,2531 6374	1,2749 1682	1,2970 2009	1,3194 7876
15	1,1827 0932	1,2048 2918	1,2273 3469	1,2502 3207	1,2735 2765	1,2972 2786	1,3213 3922	1,3458 6834
16	1,1960 1480	1,2198 8955	1,2442 1054	1,2689 8555	1,2942 2248	1,3199 2935	1,3461 1433	1,3727 8570
17	1,2094 6997	1,2351 3817	1,2613 1843	1,2880 2033	1,3152 5359	1,3430 2811	1,3713 5398	1,4002 4142
18	1,2230 7650	1,2505 7739	1,2786 6156	1,3073 4064	1,3366 2646	1,3665 3111	1,3970 6686	1,4282 4625
19	1,2368 3611	1,2662 0961	1,2962 4316	1,3269 5075	1,3583 4664	1,3904 4540	1,4232 6187	1,4568 1117
20	1,2507 5052	1,2820 3723	1,3140 6650	1,3468 5501	1,3804 1977	1,4147 7820	1,4499 4803	1,4859 4740
21	1,2648 2146	1,2980 6270	1,3321 3492	1,3670 5783	1,4028 5160	1,4395 3681	1,4771 3455	1,5156 6634
22	1,2790 5071	1,3142 8848	1,3504 5177	1,3875 6370	1,4256 4793	1,4647 2871	1,5048 3082	1,5459 7967
23	1,2934 4003	1,3307 1709	1,3690 2048	1,4083 7715	1,4488 1471	1,4903 6146	1,5330 4640	1,5768 9926
24	1,3079 9123	1,3473 5105	1,3878 4451	1,4295 0281	1,4723 5795	1,5164 4279	1,5617 9102	1,6084 3725
25	1,3227 0613	1,3641 9294	1,4069 2738	1,4509 4535	1,4962 8377	1,5429 8054	1,5910 7460	1,6406 0599
26	1,3375 8657	1,3812 4535	1,4262 7263	1,4727 0953	1,5205 9838	1,5699 8269	1,6209 0725	1,6734 1811
27	1,3526 3442	1,3985 1092	1,4458 8388	1,4948 0018	1,5453 0810	1,5974 5739	1,6512 9926	1,7068 8648
28	1,3678 5156	1,4159 9230	1,4657 6478	1,5172 2218	1,5704 1936	1,6254 1290	1,6822 6112	1,7410 2421
29	1,3832 3989	1,4336 9221	1,4859 1905	1,5399 8051	1,5959 3868	1,6538 5762	1,7138 0352	1,7758 4469
30	1,3988 0134	1,4516 1336	1,5063 5043	1,5630 8022	1,6218 7268	1,6828 0013	1,7459 3734	1,8113 6158
31	1,4145 3785	1,4697 5853	1,5270 6275	1,5865 2642	1,6482 2811	1,7122 4913	1,7786 7366	1,8475 8882
32	1,4304 5140	1,4881 3051	1,5480 5986	1,6103 2432	1,6750 1182	1,7422 1349	1,8120 2379	1,8845 4059
33	1,4465 4398	1,5067 3214	1,5693 4569	1,6344 7918	1,7022 3076	1,7727 0223	1,8459 9924	1,9222 3140
34	1,4628 1760	1,5255 6629	1,5909 2419	1,6589 9637	1,7298 9201	1,8037 2452	1,8806 1172	1,9606 7603
35	1,4792 7430	1,5446 3587	1,6127 9940	1,6838 8132	1,7580 0275	1,8352 8970	1,9158 7319	1,9998 8955
36	1,4959 1613	1,5639 4382	1,6349 7539	1,7091 3954	1,7865 7030	1,8674 0727	1,9517 9582	2,0398 8734
37	1,5127 4519	1,5834 9312	1,6574 5630	1,7347 7663	1,8156 0207	1,9000 8689	1,9883 9199	2,0806 8509
38	1,5297 6357	1,6032 8678	1,6802 4633	1,7607 9828	1,8451 0560	1,9333 3841	2,0256 7434	2,1222 9879
39	1,5469 7341	1,6233 2787	1,7033 4971	1,7872 1025	1,8750 8857	1,9671 7184	2,0636 5573	2,1647 4477
40	1,5643 7687	1,6436 1946	1,7267 7077	1,8140 1841	1,9055 5875	2,0015 9734	2,1023 4928	2,2080 3966
41	1,5819 7611	1,6641 6471	1,7505 1387	1,8412 2868	1,9365 2408	2,0366 2530	2,1417 6833	2,2522 0046
42	1,5997 7334	1,6849 6677	1,7745 8343	1,8688 4712	1,9679 9260	2,0722 6624	2,1819 2648	2,2972 4447
43	1,6177 7079	1,7060 2885	1,7989 8396	1,8968 7982	1,9999 7248	2,1085 3090	2,2228 3760	2,3431 8936
44	1,6359 7071	1,7273 5421	1,8237 1999	1,9253 3302	2,0324 7203	2,1454 3019	2,2645 1581	2,3900 5314
45	1,6543 7538	1,7489 4614	1,8487 9614	1,9542 1301	2,0654 9970	2,1829 7522	2,3069 7548	2,4378 5421
46	1,6729 8710	1,7708 0797	1,8742 1708	1,9835 2621	2,0990 6407	2,2211 7728	2,3502 3127	2,4866 1129
47	1,6918 0821	1,7929 4306	1,8999 8757	2,0132 7910	2,1331 7387	2,2600 4789	2,3942 9811	2,5363 4351
48	1,7108 4105	1,8153 5485	1,9261 1240	2,0434 7829	2,1678 3794	2,2995 9872	2,4391 9120	2,5870 7039
49	1,7300 8801	1,8380 4679	1,9525 9644	2,0741 3046	2,2030 6531	2,3398 4170	2,4849 2603	2,6388 1179
50	1,7495 5150	1,8610 2237	1,9794 4464	2,1052 4242	2,2388 6512	2,3807 8893	2,5315 1839	2,6915 8803
51	1,7692 3395	1,8842 8515	2,0066 6201	2,1368 2106	2,2752 4668	2,4224 5274	2,5789 8436	2,7454 1979
52	1,7891 3784	1,9078 3872	2,0342 5361	2,1688 7337	2,3122 1944	2,4648 4566	2,6273 4032	2,8003 2819
53	1,8092 6564	1,9316 8670	2,0622 2460	2,2014 0647	2,3497 9300	2,5079 8046	2,6766 0295	2,8563 3475
54	1,8296 1988	1,9558 3279	2,0905 8019	2,2344 2757	2,3879 7714	2,5518 7012	2,7267 8926	2,9134 6144
55	1,8502 0310	1,9802 8070	2,1193 2566	2,2679 4398	2,4267 8177	2,5965 2785	2,7779 1656	2,9717 3067
56	1,8710 1788	2,0050 3420	2,1484 6639	2,3019 6314	2,4662 1697	2,6419 6708	2,8300 0249	3,0311 6529
57	1,8920 6684	2,0300 9713	2,1780 0780	2,3364 9259	2,5062 9300	2,6882 0151	2,8830 6504	3,0917 8859
58	1,9133 5259	2,0554 7335	2,2079 5541	2,3715 3998	2,5470 2026	2,7352 4503	2,9371 2251	3,1536 2436
59	1,9348 7780	2,0811 6676	2,2383 1480	2,4071 1308	2,5884 0934	2,7831 1182	2,9921 9355	3,2166 9685
60	1,9566 4518	2,1071 8135	2,2690,9163	2,4432 1978	2,6304 7099	2,8318 1628	3,0482 9718	3,2810 3079

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	$2\frac{1}{8}\%$	$2\frac{1}{4}\%$	$2\frac{3}{8}\%$	$2\frac{1}{2}\%$	$2\frac{5}{8}\%$	$2\frac{3}{4}\%$	$2\frac{7}{8}\%$	3%	$3\frac{1}{8}\%$
1	1,0212 5000	1,0225 0000	1,0237 5000	1,0250 0000	1,0262 5000	1,0275 0000	1,0287 5000	1,0300 0000	1,0312 5000
2	1,0429 5156	1,0455 0625	1,0480 6406	1,0506 2500	1,0531 8906	1,0557 5625	1,0583 2656	1,0609 0000	1,0634 7656
3	1,0651 1428	1,0690 3014	1,0729 5558	1,0768 9062	1,0808 3528	1,0847 8955	1,0887 5345	1,0927 2700	1,0967 1021
4	1,0877 4796	1,0930 8332	1,0984 3828	1,1038 1289	1,1092 0720	1,1146 2126	1,1200 5511	1,1255 0881	1,1309 8240
5	1,1108 6261	1,1176 7769	1,1245 2619	1,1314 0821	1,1383 2389	1,1452 7334	1,1522 5670	1,1592 7407	1,1663 2560
6	1,1344 6844	1,1428 2544	1,1512 3369	1,1596 9342	1,1682 0489	1,1767 6836	1,1853 8408	1,1940 5230	1,2027 7327
7	1,1585 7589	1,1685 3901	1,1785 7549	1,1886 8575	1,1988 7027	1,2091 2949	1,2194 6387	1,2298 7387	1,2403 5994
8	1,1831 9563	1,1948 3114	1,2065 6665	1,2184 0290	1,2303 4062	1,2423 8055	1,2545 2346	1,2667 7008	1,2791 2119
9	1,2083 3854	1,2217 1484	1,2352 2261	1,2488 6297	1,2626 3706	1,2765 4602	1,2905 9101	1,3047 7318	1,3190 9372
10	1,2340 1573	1,2492 0343	1,2645 5915	1,2800 8454	1,2957 8128	1,3116 5103	1,3276 9550	1,3439 1638	1,3603 1540
11	1,2602 3856	1,2773 1050	1,2945 9243	1,3120 8666	1,3297 9554	1,3477 2144	1,3658 6674	1,3842 3387	1,4028 2526
12	1,2870 1863	1,3060 4999	1,3253 3900	1,3448 8882	1,3647 0267	1,3847 8378	1,4051 3541	1,4257 6089	1,4466 6355
13	1,3143 6778	1,3354 3612	1,3568 1580	1,3785 1104	1,4005 2612	1,4228 6533	1,4455 3305	1,4685 3371	1,4918 7178
14	1,3422 9809	1,3654 8343	1,3890 4017	1,4129 7382	1,4372 8993	1,4619 9413	1,4870 9213	1,5125 8972	1,5384 9278
15	1,3708 2193	1,3962 0680	1,4220 2988	1,4482 9817	1,4750 1879	1,5021 9896	1,5298 4603	1,5579 6742	1,5865 7068
16	1,3999 5189	1,4276 2146	1,4558 0309	1,4845 0562	1,5137 3803	1,5435 0944	1,5738 2910	1,6047 0644	1,6361 5101
17	1,4297 0087	1,4597 4294	1,4903 7841	1,5216 1826	1,5534 7365	1,5859 5595	1,6190 7669	1,6528 4763	1,6872 8073
18	1,4600 8202	1,4925 8716	1,5257 7490	1,5596 5872	1,5942 5234	1,6295 6973	1,6656 2514	1,7024 3306	1,7400 0825
19	1,4911 0876	1,5261 7037	1,5620 1205	1,5986 5019	1,6361 0146	1,6743 8290	1,7135 1187	1,7535 0605	1,7943 8351
20	1,5227 9482	1,5605 0920	1,5991 0984	1,6386 1644	1,6790 4912	1,7204 2843	1,7627 7533	1,8061 1123	1,8504 5800
21	1,5551 5421	1,5956 2066	1,6370 8870	1,6795 8185	1,7231 2416	1,7677 4021	1,8134 5512	1,8602 9457	1,9082 8481
22	1,5882 0124	1,6315 2212	1,6759 6955	1,7215 7140	1,7683 5617	1,8163 5307	1,8655 9196	1,9161 0341	1,9679 1871
23	1,6219 5051	1,6682 3137	1,7157 7383	1,7646 1068	1,8147 7552	1,8663 0278	1,9192 2773	1,9735 8651	2,0294 1617
24	1,6564 1696	1,7057 6658	1,7565 2346	1,8087 2595	1,8624 1338	1,9176 2610	1,9744 0552	2,0327 9411	2,0928 3542
25	1,6916 1582	1,7441 4632	1,7982 4089	1,8539 4410	1,9113 0173	1,9703 6082	2,0311 6968	2,0937 7793	2,1582 3653
26	1,7275 6266	1,7833 8962	1,8409 4911	1,9002 9270	1,9614 7340	2,0245 4575	2,0895 6581	2,1565 9127	2,2256 8142
27	1,7642 7336	1,8235 1588	1,8846 7165	1,9478 0002	2,0129 6208	2,0802 2075	2,1496 4083	2,2212 8901	2,2952 3397
28	1,8017 6417	1,8645 4499	1,9294 3261	1,9964 9502	2 0658 0233	2,1374 2682	2,2114 4300	2,2879 2768	2,3669 6003
29	1,8400 5166	1,9064 9725	1,9752 5663	2,0464 0739	2,1200 2964	2,1962 0606	2,2750 2199	2,3565 6551	2,4409 2753
30	1,8791 5276	1,9493 9344	2,0221 6898	2,0975 6758	2,1756 8042	2,2566 0173	2,3404 2887	2,4272 6247	2,5172 0651
31	1,9190 8476	1,9932 5479	2,0701 9549	2,1500 0677	2,2327 9203	2,3186 5828	2,4077 1620	2,5000 8035	2,5958 6922
32	1,9598 6531	2,0381 0303	2,1193 6263	2,2037 5694	2,2914 0282	2,3824 2138	2,4769 3804	2,5750 8276	2,6769 9013
33	2,0015 1245	2,0839 6034	2,1696 9749	2,2588 5086	2,3515 5215	2 4479 3797	2,5481 5001	2,6523 3524	2,7606 4607
34	2,0440 4458	2,1308 4945	2,2212 2781	2,3153 2213	2,4132 8039	2,5152 5626	2,6214 0932	2,7319 0530	2,8469 1626
35	2,0874 8053	2,1787 9356	2,2739 8197	2,3732 0519	2,4766 2900	2,5844 2581	2,6967 7484	2,8138 6245	2,9358 8239
36	2,1318 3949	2,2278 1642	2,3279 8904	2,4325 3532	2,5416 4051	2,6554 9752	2,7743 0712	2,8982 7833	3,0276 2872
37	2,1771 4108	2,2779 4229	2,3832 7878	2,4933 4870	2,6083 5858	2,7285 2370	2,8540 6845	2,9852 2668	3,1222 4212
38	2,2234 0533	2,3291 9599	2,4398 8165	2,5556 8242	2,6768 2799	2,8035 5810	2,9361 2291	3,0747 8348	3,2198 1218
39	2,2706 5269	2,3816 0290	2,4978 2884	2,6195 7448	2,7470 9472	2,8806 5595	3,0205 3645	3,1670 2698	3,3204 3131
40	2,3189 0406	2,4351 8897	2,5571 5228	2 6850 6384	2,8192 0596	2,9598 7399	3,1073 7687	3,2620 3779	3,4241 9479
41	2,3681 8077	2,4899 8072	2,6178 8464	2,7521 9043	2,8932 1012	3,0412 7052	3,1967 1396	3,3598 9893	3,5312 0088 3,6415 5091
42	2,4185 0462	2,5460 0528	2,6800 5940	2,8209 9520	2,9691 5688	3,1249 0546	3,2886 1948	3,4606 9589	3,7553 4937
43	2,4698 9784	2,6032 9040	2,7437 1081	2,8915 2008	3,0470 9725	3,2108 4036	3,3831 6729	3,5645 1677	3,8727 0404
44	2,5223 8317	2,6618 6444	2,8088 7395	2,9638 0808	3,1270 8355	3,2991 3847	3,4804 3335	3,6714 5227	3,9937 2604
45	2,5759 8381	2,7217 5639	2,8755 8470	9,0379 0328	3,2091 6950	3,3898 6478	3,5804 9581	3,7815 9584	
46	2,6307 2347	2,7829 9590	2,9438 7984	3,1138 5086	3,2934 1020	3,4830 8606	3,6834 3507	3,8950 4372	4,1185 2998
47	2,6866 2634	2,8456 1331	3,0137 9699	3,1916 9713	3,3798 6221	3,5788 7093	3,7893 3382	4,0118 9503	4,2472 3404
48	2,7437 1715	2,9096 3961	3,0853 7466	3,2714 8956	3,4685 8360	3,6772 8988	3,8982 7717	4,1322 5188	4,3799 6011
49	2,8020 2114	2,9751 0650	3,1586 5231	3,3532 7680	3,5596 3392	3,7784 1535	4,0103 5264	4,2562 1944	4,5168 3386
50	2,8615 6409	3,0420 4640	3,2336 7030	3,4371 0872	3,6530 7431	3,8823 2177	4,1256 5028	4,3839 0602	4,6579 8492
51	2,9223 7233	3,1104 9244	3,3104 6997	3,5230 3644	3,7489 6751	3,9890 8562	4,2442 6272	4,5154 2320	4,8035 4695
52	2,9844 7274	3,1804 7852	3,3890 9364	3,6111 1235	3,8473 7791	4,0987 8547	4,3662 8528	4,6508 8590	4,9536 5779
53	3,0478 9278	3,2520 3929	3,4695 8461	3,7013 9016	3,9483 7158	4,2115 0208	4,4918 1598	4,7904 1247	5,1084 5959
54	3,1126 6051	3,3252 1017	3,5519 8724	3,7939 2491	4,0520 1633	4,3273 1838	4,6209 5569	4,9341 2485	5,2680 9896
55	3,1788 0454	3,4000 2740	3,6363 4694	3,8887 7303	4,1583 8176	4,4463 1964	4,7538 0816	5,0821 4859	5,4327 2705
56	3,2463 5414	3,4765 2802	3,7227 1018	3,9859 9236	4,2675 3928	4,5685 9343	4,8904 8015	5,2346 1305	5,6024 9977
57	3,3153 3916	3,5547 4990	3,8111 2455	4,0856 4217	4,3795 5219	4,6942 2975	5,0310 8145	5,3916 5144	5,7775 7789
58	3,3857 9012	3,6347 3177	3,9016 3876	4,1877 8322	4,4945 2569	4,8233 2107	5,1757 2504	5,5534 0098	5 9581 2720
59	3,4577 3816	3,7165 1324	3,9943 0268	4,2924 7780	4,6125 0699	4,9559 6239	5,3245 2714	5,7200 0301	6,1443 1867
60	3,5312 1510	3,8001 3479	4,0891 6737	4,3997 8975	4,7335 8530	5,0922 5136	5,4776 0729	5,8916 0310	6,3363 2863

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	$3\frac{1}{4}\%$	$3\frac{3}{8}\%$	$3\frac{1}{2}\%$	$3\frac{5}{8}\%$	$3\frac{3}{4}\%$	$3\frac{7}{8}\%$	4%	$4\frac{1}{8}\%$
1	1,0325 0000	1,0337 5000	1,0350 0000	1,0362 5000	1,0375 0000	1,0387 5000	1,0400 0000	1,0412 5000
2	1,0660 5625	1,0686 3906	1,0712 2500	1,0738 1406	1,0764 0625	1,0790 0156	1,0816 0000	1,0842 0156
3	1,1007 0308	1,1047 0563	1,1087 1787	1,1127 3982	1,1167 7148	1,1208 1287	1,1248 6400	1,1289 2488
4	1,1364 7593	1,1419 8945	1,1475 2300	1,1530 7664	1,1586 5042	1,1642 4437	1,1698 5856	1,1754 9303
5	1,1734 1140	1,1805 3159	1,1876 8631	1,1948 7567	1,2020 9981	1,2093 5884	1,2166 5290	1,2239 8212
6	1,2115 4727	1,2203 7453	1,2292 5533	1,2381 8991	1,2471 7855	1,2562 2150	1,2653 1902	1,2744 7138
7	1,2509 2295	1,2615 6217	1,2722 7926	1,2830 7430	1,2939 4774	1,3049 0008	1,3159 3178	1,3270 4332
8	1,2915 7754	1,3041 3989	1,3168 0904	1,3295 8574	1,3424 7078	1,3554 6496	1,3685 6905	1,3817 8386
9	1,3335 5381	1,3481 5462	1,3628 9735	1,3777 8322	1,3928 1344	1,4079 8922	1,4233 1181	1,4387 8244
10	1,3768 9430	1,3936 5483	1,4105 9376	1,4277 2786	1,4450 4394	1,4625 4881	1,4802 4428	1,4981 3222
11	1,4216 4337	1,4406 9068	1,4599 6972	1,4794 8300	1,4992 3309	1,5192 2257	1,5394 5406	1,5599 3017
12	1,4678 4678	1,4893 1400	1,5110 6866	1,5331 1426	1,5554 5433	1,5780 9245	1,6010 3222	1,6242 7729
13	1,5155 5180	1,5395 7834	1,5639 5606	1,5886 8965	1,6137 8387	1,6392 4353	1,6650 7351	1,6912 7873
14	1,5648 0723	1,5915 3911	1,6186 9452	1,6462 7965	1,6743 0076	1,7027 6422	1,7316 7645	1,7610 4398
15	1,6156 6347	1,6452 5356	1,6753 4883	1,7059 5729	1,7370 8704	1,7687 4633	1,8009 4351	1,8336 8704
16	1,6681 7253	1,7007 8086	1,7339 8604	1,7677 9824	1,8022 2781	1,8372 8525	1,8729 8125	1,9093 2663
17	1,7223 8814	1,7581 8222	1,7946 7555	1,8318 8093	1,8698 1135	1,9084 8005	1,9479 0050	1,9880 8636
18	1,7783 6575	1,8175 2087	1,8574 8920	1,8982 8661	1,9399 2927	1,9824 3366	2,0258 1652	2,0700 9492
19	1,8361 6264	1,8788 6220	1,9225 0132	1,9670 9950	2,0126 7662	2,0592 5296	2,1068 4918	2,1554 8633
20	1,8958 3792	1,9422 7380	1,9897 8886	2,0384 0686	2,0881 5200	2,1390 4901	2,1911 2314	2,2444 0015
21	1,9574 5266	2,0078 2554	2,0594 3147	2,1122 9910	2,1664 5770	2,2219 3716	2,2787 6807	2,3369 8165
22	2,0210 6987	2,0755 8965	2,1315 1158	2,1888 6995	2,2476 9986	2,3080 3723	2,3699 1879	2,4333 8215
23	2,0867 5464	2,1456 4080	2,2061 1448	2,2682 1648	2,3319 8860	2,3974 7367	2,4647 1555	2,5337 5916
24	2,1545 7416	2,2180 5618	2,2833 2849	2,3504 3933	2,4194 3818	2,4903 7577	2,5633 0417	2,6382 7672
25	2,2245 9782	2,2929 1557	2,3632 4498	2,4356 4275	2,5101 6711	2,5868 7784	2,6658 3633	2,7471 0564
26	2,2968 9725	2,3703 0147	2,4459 5856	2,5239 3480	2,6042 9838	2,6871 1935	2,7724 6979	2,8604 2375
27	2,3715 4641	2,4502 9915	2,5315 6711	2,6154 2744	2,7019 5956	2,7912 4523	2,8833 6858	2,9784 1623
28	2,4486 2167	2,5329 9674	2,6201 7196	2,7102 3669	2,8032 8305	2,8994 0598	2,9987 0332	3,1012 7590
29	2,5282 0188	2,6184 8539	2,7118 7798	2,8084 8277	2,9084 0616	3,0117 5796	3,1186 5145	3,2292 0353
30	2,6103 6844	2,7068 5927	2,8067 9370	2,9102 9027	3,0174 7139	3,1284 6358	3,2433 9751	3,3624 0817
31	2,6952 0541	2,7982 1577	2,9050 3148	3,0157 8829	3,1306 2657	3,2496 9155	3,3731 3341	3,5011 0751
32	2,7827 9959	2,8926 5555	3,0067 0759	3,1251 1061	3,2480 2507	3,3756 1709	3,5080 5875	3,6455 2819
33	2,8732 4058	2,9902 8267	3,1119 4235	3,2383 9587	3,3698 2601	3,5064 2226	3,6483 8110	3,7959 0623
34	2,9666 2089	3,0912 0471	3,2208 6033	3,3557 8772	3,4961 9448	3,6422 9612	3,7943 1634	3,9524 8736
35	3,0630 3607	3,1955 3287	3,3335 9045	3,4774 3503	3,6273 0178	3,7834 3509	3,9460 8899	4,1155 2747
36	3,1625 8475	3,3033 8211	3,4502 6611	3,6034 9205	3,7633 2559	3,9300 4320	4,1039 3255	4,2852 9298
37	3,2653 6875	3,4148 7125	3,5710 2543	3,7341 1864	3,9044 5030	4,0823 3238	4,2680 8986	4,4620 6131
38	3,3714 9323	3,5301 2316	3,6960 1132	3,8694 8044	4,0508 6719	4,2405 2276	4,4388 1345	4,6461 2134
39	3,4810 6576	3,6492 6482	3,8253 7171	4,0097 4910	4,2027 7471	4,4048 4301	4,6163 6599	4,8377 7384
40	3,5942 0143	3,7724 2750	3,9592 5972	4,1551 0251	4,3603 7876	4,5755 3068	4,8010 2063	5,0373 3202
41	3,7110 1298	3,8997 4693	4,0978 3381	4,3057 2497	4,5238 9296	4,7528 3249	4,9930 6145	5,2451 2196
42	3,8316 2090	4,0313 6339	4,2412 5799	4,4618 0750	4,6935 3895	4,9370 0475	5,1927 8391	5,4614 8324
43	3,9561 4858	4,1674 2190	4,3897 0202	4,6235 4802	4,8695 4666	5,1283 1369	5,4004 9527	5,6867 6943
44	4,0847 2341	4,3080 7239	4,5433 4160	4,7911 5164	5,0521 5466	5,3270 3584	5,6165 1508	5,9213 4866
45	4,2174 7692	4,4534 6984	4,7023 5855	4,9648 3089	5,2416 1046	5,5334 5848	5,8411 7568	6,1656 0430
46	4,3545 4492	4,6037 7444	4,8669 4110	5,1448 0601	5,4381 7085	5,7478 8000	6,0748 2271	6,4199 3547
47	4,4960 6763	4,7591 5183	5,0372 8404	5,3313 0523	5,6421 0226	5,9706 1035	6,3178 1562	6,6847 5781
48	4,6421 8983	4,9197 7321	5,2135 8898	5,5245 6504	5,8536 8109	6,2019 7150	6,5705 2824	6,9605 0407
49	4,7930 6100	5,0858 1555	5,3960 6459	5,7248 3052	6,0731 9413	6,4422 9789	6,8333 4937	7,2476 2487
50	4,9488 3548	5,2574 6183	5,5849 2686	5,9323 5563	6,3009 3891	6,6919 3694	7,1066 8335	7,5465 8939
51	5,1096 7263	5,4349 0116	5,7803 9930	6,1474 0352	6,5372 2412	6,9512 4949	7,3909 5068	7,8578 8620
52	5,2757 3700	5,6183 2908	5,9827 1327	6,3702 4690	6,7823 7003	7,2206 1041	7,6865 8871	8,1820 2401
53	5,4471 9845	5,8079 4768	6,1921 0824	6,6011 6835	7,0367 0890	7,5004 0906	7,9940 5226	8,5195 3250
54	5,6242 3240	6,0039 6592	6,4088 3202	6,8404 6070	7,3005 8549	7,7910 4992	8,3138 1435	8,8709 6322
55	5,8070 1995	6,2065 9977	6,6331 4114	7,0884 2740	7,5743 5744	8,0929 5310	8,6463 6692	9,2368 9045
56	5,9957 4810	6,4160 7251	6,8653 0108	7,3453 8289	7,8583 9585	8,4065 5503	8,9922 2160	9,6179 1218
57	6,1906 0991	6,6326 1496	7,1055 8662	7,6116 5302	8,1530 8569	8,7323 0904	9,3519 1046	10,0146 5106
58	6,3918 0473	6,8564 6571	7,3542 8215	7,8875 7545	8,4588 2640	9,0706 8601	9,7259 8688	10,4277 5541
59	6,5995 3839	7,0878 7143	7,6116 8203	8,1735 0006	8,7760 3239	9,4221 7510	0,1150 2635	10,8579 0032
60	6,8140 2339	7,3270 8709	7,8780 9090	8,4697 8943	9,1051 3361	9,7872 8438	0,5196 2741	11,3057 8871

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	4 1/4%	4 3/8%	4 1/2%	4 5/8%	4 3/4%	4 7/8%	5%	5 1/8%
1	1,0425 0000	1,0437 5000	1,0450 0000	1,0462 5000	1,0475 0000	1,0487 5000	1,0500 0000	1,0512 5000
2	1,0868 0625	1,0894 1406	1,0920 2500	1,0946 3906	1,0972 5625	1,0998 7656	1,1025 0000	1,1051 2656
3	1,1329 9552	1,1370 7593	1,1411 6612	1,1452 6612	1,1493 7592	1,1534 9554	1,1576 2500	1,1617 6430
4	1,1811 4783	1,1868 2300	1,1925 1860	1,1982 3468	1,2039 7128	1,2097 2845	1,2155 0625	1,2213 0472
5	1,2313 4661	1,2387 4651	1,2461 8194	1,2536 5303	1,2611 5991	1,2687 0271	1,2762 8156	1,2838 9659
6	1,2836 7884	1,2929 4167	1,3022 6012	1,3116 3448	1,3210 6501	1,3305 5197	1,3400 9564	1,3496 9629
7	1,3382 3519	1,3495 0786	1,3608 6183	1,3722 9758	1,3838 1560	1,3954 1638	1,4071 0042	1,4188 6822
8	1,3951 1018	1,4085 4883	1,4221 0061	1,4357 6634	1,4495 4684	1,4634 4293	1,4774 5544	1,4915 8522
9	1,4544 0237	1,4701 7284	1,4860 9514	1,5021 7053	1,5184 0031	1,5347 8577	1,5513 2822	1,5680 2896
10	1,5162 1447	1,5344 9291	1,5529 6942	1,5716 4592	1,5905 2433	1,6096 0658	1,6288 9463	1,6483 9044
11	1,5806 5358	1,6016 2697	1,6228 5305	1,6443 3455	1,6660 7423	1,6880 7490	1,7103 3936	1,7328 7045
12	1,6478 3136	1,6716 9815	1,6958 8143	1,7203 8502	1,7452 1276	1,7703 6855	1,7958 5633	1,8216 8006
13	1,7178 6419	1,7448 3494	1,7721 9610	1,7999 5283	1,8281 1037	1,8566 7402	1,8856 4914	1,9150 4117
14	1,7908 7342	1,8211 7147	1,8519 4492	1,8832 0064	1,9149 4551	1,9471 8688	1,9799 3160	2,0131 8703
15	1,8669 8554	1,9008 4773	1,9352 8244	1,9702 9867	2,0059 0552	2,0421 1224	2,0789 2818	2,1163 6286
16	1,9463 3243	1,9840 0981	2,0223 7015	2,0614 2499	2,1011 8604	2,1416 6521	2,1828 7459	2,2248 2646
17	2,0290 5156	2,0708 1024	2,1133 7681	2,1567 6589	2,2009 9237	2,2460 7139	2,2920 1832	2,3388 4882
18	2,1152 8625	2,1614 0819	2,2084 7877	2,2565 1632	2,3055 3951	2,3555 6737	2,4066 1923	2,4587 1482
19	2,2051 8591	2,2559 6980	2,3078 6031	2,3608 8020	2,4150 5264	2,4704 0128	2,5269 5020	2,5847 2395
20	2,2989 0631	2,3546 6848	2,4117 1402	2,4700 7090	2,5297 6764	2,5908 3334	2,6532 9771	2,7171 9105
21	2,3966 0983	2,4576 8522	2,5202 4116	2,5843 1168	2,6499 3160	2,7171 3646	2,7859 6259	2,8564 4710
22	2,4984 6575	2,5652 0895	2,6336 5201	2,7038 3610	2,7758 0335	2,8495 9687	2,9252 6072	3,0028 4001
23	2,6046 5054	2,6774 3684	2,7521 6635	2,8288 8852	2,9076 5401	2,9885 1471	3,0715 2376	3,1567 3556
24	2,7153 4819	2,7945 7471	2,8760 1383	2,9597 2461	3,0457 6758	3,1342 0480	3,2250 9994	3,3185 1826
25	2,8307 5049	2,9168 3735	3,0054 3446	3,0966 1188	3,1904 4154	3,2869 9729	3,3863 5494	3,4885 9232
26	2,9510 5739	3,0444 4898	3,1406 7901	3,2398 3018	3,3419 8751	3,4472 3841	3,5556 7269	3,6673 8267
27	3,0764 7732	3,1776 4363	3,2820 0956	3,3896 7232	3,5007 3192	3,6152 9128	3,7334 5632	3,8553 3604
28	3,2072 2761	3,3166 6553	3,4296 9999	3,5464 4467	3,6670 1668	3,7915 3673	3,9201 2914	4,0529 2201
29	3,3435 3478	3,4617 6965	3,5840 3649	3,7104 6773	3,8411 9998	3,9763 7414	4,1161 3560	4,2606 3426
30	3,4856 3501	3,6132 2207	3,7453 1813	3,8820 7686	4,0236 5698	4,1702 2238	4,3219 4238	4,4789 9177
31	3,6337 7450	3,7713 0054	3,9138 5745	4,0616 2292	4,2147 8068	4,3735 2073	4,5380 3949	4,7085 4010
32	3,7882 0992	3,9362 9494	4,0899 8104	4,2494 7298	4,4149 8276	4,5867 2986	4,7649 4147	4,9498 5278
33	3,9492 0384	4,1085 0784	4,2740 3018	4,4460 1110	4,6246 9445	4,8103 3294	5,0031 8854	5,2035 3273
34	4,1170 5021	4,2882 5506	4,4663 6154	4,6516 3912	4,8443 6743	5,0448 3667	5,2533 4797	5,4702 1378
35	4,2920 2485	4,4758 6622	4,6673 4781	4,8667 7743	5,0744 7488	5,2907 7246	5,5160 1537	5,7505 6224
36	4,4744 3590	4,6716 8537	4,8773 7846	5,0918 6588	5,3155 1244	5,5486 9762	5,7918 1614	6,0452 7855
37	4,6645 9943	4,8760 7160	5,0968 6049	5,3273 6468	5,5679 9928	5,8191 9663	6,0814 0694	6,3550 9908
38	4,8628 4491	5,0893 9973	5,3262 1921	5,5737 5530	5,8324 7925	6,1028 8246	6,3854 7729	6,6807 9791
39	5,0695 1581	5,3120 6097	5,5658 9908	5,8315 4148	6,1095 2201	6,4003 9798	6,7047 5115	7,0231 8880
40	5,2849 7024	5,5444 6364	5,8163 6454	6,1012 5027	6,3997 2431	6,7124 1738	7,0399 8871	7,3831 2723
41	5,5095 8147	5,7870 3392	6,0781 0094	6,3834 3310	6,7037 1121	7,0396 4773	7,3919 8815	7,7615 1250
42	5,7437 3868	6,0402 1666	6,3516 1548	6,6786 6688	7,0221 3750	7,3828 3056	7,7615 8756	8,1592 9001
43	5,9878 4758	6,3044 7614	6,6374 3818	6,9875 5522	7,3556 8903	7,7427 4355	8,1496 6693	8,5774 5362
44	6,2423 3110	6,5802 9697	6,9361 2290	7,3107 2965	7,7050 8426	8,1202 0230	8,5571 5028	9,0170 4812
45	6,5076 3017	6,8681 8496	7,2482 4843	7,6488 5090	8,0710 7576	8,5160 6216	8,9850 0779	9,4791 7184
46	6,7842 0445	7,1686 6805	7,5744 1961	8,0026 1025	8,4544 5186	8,9312 2019	9,4342 5818	9,9649 7940
47	7,0725 3314	7,4822 9728	7,9152 6849	8,3727 3097	8,8560 3832	9,3666 1717	9,9059 7109	10,4756 8459
48	7,3731 1580	7,8096 4778	8,2714 5557	8,7599 6978	9,2767 0014	9,8232 3976	10,4012 6965	11,0125 6343
49	7,6864 7322	8,1513 1987	8,6436 7107	9,1651 1838	9,7173 4340	10,3021 2270	10,9213 3313	11,5769 5730
50	8,0131 4834	8,5079 4012	9,0326 3627	9,5890 0511	10,1789 1721	10,8043 5118	11,4673 9978	12,1702 7636
51	8,3537 0714	8,8801 6250	9,4391 0490	10,0324 9660	10,6624 1577	11,3310 6330	12,0407 6977	12,7940 0303
52	8,7087 3969	9,2686 6961	9,8638 6463	10,4964 9956	11,1688 8052	11,8834 5264	12,6428 0826	13,4496 9568
53	9,0788 6113	9,6741 7390	10,3077 3853	10,9819 6267	11,6994 0235	12,4627 7095	13,2749 4868	14,1389 9258
54	9,4647 1273	10,0974 1901	10,7715 8677	11,4898 7844	12,2551 2396	13,0703 3103	13,9386 9611	14,8636 1595
55	9,8669 6302	10,5391 8109	11,2563 0817	12,0212 8532	12,8372 4235	13,7075 0967	14,6356 3092	15,6253 7627
56	10,2863 0895	11,0002 7027	11,7628 4204	12,5772 6977	13,4470 1136	14,3757 5077	15,3674 1246	16,4261 7681
57	10,7234 7708	11,4815 3209	12,2921 6993	13,1589 6849	14,0857 4440	15,0765 6862	16,1357 8308	17,2680 1837
58	11,1792 2485	11,9838 4912	12,8453 1758	13,7675 7079	14,7548 1726	15,8115 5134	16,9425 7224	18,1530 0431
59	11,6543 4191	12,5081 4252	13,4233 5687	14,4043 2093	15,4556 7108	16,5823 6447	17,7897 0085	19,0833 4578
60	12,1496 5144	13,0553 7375	14,0274 0793	15,0705 2078	16,1898 1545	17,3907 5474	18,6791 8589	20.0613 6725

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	$5\frac{1}{4}\%$	$5\frac{3}{8}\%$	$5\frac{1}{2}\%$	$5\frac{5}{8}\%$	$5\frac{3}{4}\%$	$5\frac{7}{8}\%$	6%	$6\frac{1}{4}\%$
1	1,0525 0000	1,0537 5000	1,0550 0000	1,0562 5000	1,0575 0000	1,0587 5000	1,0600 0000	1,0625 0000
2	1,1077 5625	1,1103 8906	1,1130 2500	1,1156 6406	1,1183 0625	1,1209 5156	1,1236 0000	1,1289 0625
3	1,1659 1345	1,1700 7247	1,1742 4137	1,1784 2017	1,1826 0886	1,1868 0747	1,1910 1600	1,1994 6289
4	1,2271 2391	1,2329 6387	1,2388 2465	1,2447 0630	1,2506 0887	1,2565 3241	1,2624 7696	1,2744 2932
5	1,2915 4791	1,2992 3568	1,3069 6001	1,3147 2103	1,3225 1888	1,3303 5368	1,3382 2558	1,3540 8115
6	1,3593 5418	1,3690 6960	1,3788 4281	1,3886 7409	1,3985 6371	1,4085 1196	1,4185 1911	1,4387 1123
7	1,4307 2027	1,4426 5709	1,4546 7916	1,4667 8701	1,4789 8113	1,4912 6204	1,5036 3026	1,5286 3068
8	1,5058 3309	1,5201 9991	1,5346 8651	1,5492 9377	1,5640 2254	1,5788 7369	1,5938 4807	1,6241 7009
9	1,5848 8933	1,6019 1065	1,6190 9427	1,6364 4155	1,6539 5384	1,6716 3252	1,6894 7896	1,7256 8073
10	1,6680 9602	1,6880 1335	1,7081 4446	1,7284 9139	1,7490 5618	1,7698 4093	1,7908 4770	1,8335 3577
11	1,7556 7106	1,7787 4406	1,8020 9240	1,8257 1903	1,8496 2692	1,8738 1908	1,8982 9856	1,9481 3176
12	1,8478 4379	1,8743 5156	1,9012 0749	1,9284 1572	1,9559 8046	1,9839 0595	2,0121 9647	2,0698 8999
13	1,9448 5559	1,9750 9795	2,0057 7390	2,0368 8911	2,0684 4934	2,1004 6043	2,1329 2826	2,1992 5812
14	2,0469 6050	2,0812 5947	2,1160 9146	2,1514 6412	2,1873 8518	2,2238 6248	2,2609 0396	2,3367 1175
15	2,1544 2593	2,1931 2717	2,2324 7649	2,2724 8397	2,3131 5982	2,3545 1440	2,3965 5819	2,4827 5623
16	2,2675 3329	2,3110 0775	2,3552 6270	2,4003 1120	2,4461 6651	2,4928 4212	2,5403 5168	2,6379 2850
17	2,3865 7879	2,4352 2442	2,4848 0215	2,5353 2870	2,5868 2109	2,6392 9659	2,6927 7279	2,8027 9903
18	2,5118 7418	2,5661 1773	2,6214 6627	2,6779 4094	2,7355 6330	2,7943 5527	2,8543 3915	2,9779 7397
19	2,6437 4757	2,7040 4656	2,7656 4691	2,8285 7512	2,8928 5819	2,9585 2364	3,0255 9950	3,1640 9734
20	2,7825 4432	2,8493 8906	2,9177 5749	2,9876 8247	3,0591 9754	3,1323 3690	3,2071 3547	3,3618 5342
21	2,9286 2789	3,0025 4372	3,0782 3415	3,1557 3961	3,2351 0140	3,3163 6169	3,3995 6360	3,5719 6926
22	3,0823 8086	3,1639 3045	3,2475 3703	3,3332 4996	3,4211 1973	3,5111 9794	3,6035 3742	3,7952 1734
23	3,2442 0585	3,3339 9171	3,4261 5157	3,5207 4527	3,6178 3411	3,7174 8082	3,8197 4966	4,0324 1843
24	3,4145 2666	3,5131 9376	3,6145 8990	3,7187 8720	3,8258 5957	3,9358 8282	4,0489 3464	4,2844 4458
25	3,5937 8931	3,7020 2793	3,8133 9235	3,9279 6898	4,0458 4650	4,1671 1594	4,2918 7072	4,5522 2236
26	3,7824 6325	3,9010 1193	4,0231 2893	4,1489 1723	4,2784 8267	4,4119 3400	4,5493 8296	4,8367 3626
27	3,9810 4257	4,1106 9132	4,2444 0102	4,3822 9382	4,5244 9542	4,6711 3512	4,8223 4594	5,1390 3228
28	4,1900 4731	4,3316 4098	4,4778 4307	4,6287 9785	4,7846 5391	4,9455 6431	5,1116 8670	5,4602 2180
29	4,4100 2479	4,5644 6668	4,7241 2444	4,8891 6773	5,0597 7151	5,2361 1621	5,4183 8790	5,8014 8566
30	4,6415 5109	4,8098 0677	4,9839 5129	5,1641 8342	5,3507 0837	5,5437 3804	5,7434 9117	6,1640 7851
31	4,8852 3252	5,0683 3388	5,2580 6861	5,4546 6873	5,6583 7410	5,8694 3265	6,0881 0064	6,5493 3342
32	5,1417 0723	5,3407 5683	5,5472 6238	5,7614 9385	5,9837 3061	6,2142 6182	6,4533 8668	6,9586 6676
33	5,4116 4686	5,6278 2251	5,8523 6181	6,0855 7788	6,3277 9512	6,5793 4970	6,8405 8988	7,3935 8343
34	5,6957 5832	5,9303 1797	6,1742 4171	6,4278 9163	6,6916 4334	6,9658 8649	7,2510 2528	7,8556 8239
35	5,9947 8563	6,2490 7256	6,5138 2501	6,7894 6054	7,0764 1284	7,3751 3233	7,6860 8679	8,3466 6254
36	6,3095 1188	6,5849 6021	6,8720 8538	7,1713 6769	7,4833 0657	7,8084 2135	8,1472 5200	8,8683 2895
37	6,6407 6125	6,9389 0182	7,2500 5008	7,5747 5713	7,9135 9670	8,2671 6610	8,6360 8712	9,4225 9951
38	6,9894 0122	7,3118 6779	7,6488 0283	8,0008 3722	8,3686 2851	8,7528 6211	9,1542 5235	10,0115 1198
39	7,3563 4478	7,7048 8068	8,0694 8699	8,4508 8431	8,8498 2465	9,2670 9276	9,7035 0749	10,6372 3148
40	7,7425 5288	8,1190 1802	8,5133 0877	8,9262 4655	9,3586 8957	9,8115 3446	10,2857 1794	11,3020 5845
41	8,1490 3691	8,5554 1524	8,9815 4076	9,4283 4792	9,8968 1422	10,3879 6211	10,9028 6101	12,0084 3710
42	8,5768 6135	9,0152 6881	9,4755 2550	9,9586 9249	10,4658 8104	10,9982 5488	11,5570 3267	12,7589 6442
43	9,0271 4657	9,4998 3951	9,9966 7940	10,5188 6894	11,0676 6920	11,6444 0236	12,2504 5463	13,5563 9970
44	9,5010 7176	10,0104 5588	10,5464 9677	11,1105 5532	11,7040 6018	12,3285 1100	12,9854 8191	14,4036 7468
45	9,9998 7803	10,5485 1788	11,1265 5409	11,7355 2406	12,3770 4364	13,0528 1102	13,7646 1083	15,3039 0434
46	10,5248 7163	11,1155 0072	11,7385 1456	12,3956 4729	13,0887 2365	13,8196 6367	14,5904 8748	16,2603 9837
47	11,0774 2739	11,7129 5888	12,3841 3287	13,0929 0245	13,8413 2526	14,6315 6891	15,4659 1673	17,2766 7326
48	11,6589 9232	12,3425 3042	13,0652 6017	13,8293 7821	14,6372 0146	15,4911 7358	16,3938 7173	18,3564 6534
49	12,2710 8942	13,0059 4143	13,7838 4948	14,6072 8073	15,4788 4054	16,4012 8003	17,3775 0403	19,5037 4443
50	12,9153 2162	13,7050 1079	14,5419 6120	15,4289 4027	16,3688 7387	17,3648 5523	18,4201 5427	20,7227 2845
51	13,5933 7600	14,4416 5511	15,3417 6907	16,2968 1816	17,3100 8412	18,3850 4047	19,5253 6353	22,0178 9898
52	14,3070 2824	15,2178 9408	16,1855 6637	17,2135 1419	18,3054 1396	19,4651 6160	20,6968 8534	23,3940 1767
53	15,0581 4722	16,0358 5588	17,0757 7252	18,1817 7436	19,3579 7526	20,6087 3985	21,9386 9846	24,8561 4377
54	15,8486 9995	16,8977 8314	18,0149 4001	19,2044 9917	20,4710 5884	21,8195 0331	23,2550 2037	26,4096 5276
55	16,6807 5670	17,8060 3898	19,0057 6171	20,2847 5225	21,6481 4472	23,1013 9913	24,6503 2159	28,0602 5606
56	17,5564 9643	18,7631 1358	20,0510 7860	21,4257 6956	22,8929 1304	24,4586 0633	26,1293 4089	29,8140 2206
57	18,4782 1249	19,7716 3093	21,1538 8793	22,6309 6910	24,2092 5554	25,8955 4945	27,6971 0134	31,6773 9844
58	19,4483 1864	20,8343 5609	22,3173 5176	23,9039 6111	25,6012 8774	27,4169 1298	29,3589 2742	33,6572 3584
59	20,4693 5537	21,9542 0273	23,5448 0611	25,2485 5892	27,0733 6178	29,0276 5662	31,1204 6307	35,7608 1308
60	21,5439 9653	23,1342 4113	24,8397 7045	26,6687 9036	28,6300 8008	30,7330 3145	32,9876 9085	37,9958 6390

TÁBUA I

Montante de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$u^n = (1 + r)^n$

n	$6\frac{1}{2}\%$	$6\frac{3}{4}\%$	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0650 0000	1,0675 0000	1,0700 0000	1,080 000 00	1,090 000 00	1,100 000 00	1,110 000 00	1,120 000 00
2	1,1342 2500	1,1395 5625	1,1449 0000	1,166 400 00	1,188 100 00	1,210 000 00	1,232 100 00	1,254 400 00
3	1,2079 4962	1,2164 7630	1,2250 4300	1,259 712 00	1,295 029 00	1,331 000 00	1,367 631 00	1,404 928 00
4	1,2864 6635	1,2985 8845	1,3107 9601	1,360 488 96	1,411 581 61	1,464 100 00	1,518 070 41	1,573 519 36
5	1,3700 8666	1,3862 4317	1,4025 5173	1,469 328 08	1,538 623 95	1,610 510 00	1,685 058 16	1,762 341 68
6	1,4591 4230	1,4798 1458	1,5007 3035	1,586 874 32	1,677 100 11	1,771 561 00	1,870 414 55	1,973 822 69
7	1,5539 8655	1,5797 0207	1,6057 8148	1,713 824 27	1,828 039 12	1,948 717 10	2,076 160 15	2,210 681 41
8	1,6549 9567	1,6863 3195	1,7181 8618	1,850 930 21	1,992 562 64	2,143 588 81	2,304 537 77	2,475 963 18
9	1,7625 7039	1,8001 5936	1,8384 5921	1,999 004 63	2,171 893 28	2,357 947 69	2,558 036 92	2,773 078 76
10	1,8771 3747	1,9216 7012	1,9671 5136	2,158 925 00	2,367 363 67	2,593 742 46	2,839 420 99	3,105 848 21
11	1,9991 5140	2,0513 8285	2,1048 5195	2,331 639 00	2,580 426 41	2,853 116 71	3,151 757 29	3,478 549 99
12	2,1290 9624	2,1898 5119	2,2521 9159	2,518 170 12	2,812 664 78	3,138 428 38	3,498 450 60	3,895 975 99
13	2,2674 8750	2,3376 6615	2,4098 4500	2,719 623 73	3,065 804 61	3,452 271 21	3,883 280 16	4,363 493 11
14	2,4148 7418	2,4954 5861	2,5785 3415	2,937 193 62	3,341 727 03	3,797 498 34	4,310 440 98	4,887 112 29
15	2,5718 4101	2,6639 0207	2,7590 3154	3,172 169 11	3,642 482 46	4,177 248 17	4,784 589 49	5,473 565 76
16	2,7390 1067	2,8437 1546	2,9521 6375	3,425 942 64	3,970 305 88	4,594 972 99	5,310 894 33	6,130 393 65
17	2,9170 4637	3,0356 6625	3,1588 1521	3,700,018 05	4,327 633 41	5,054 470 28	5,895 092 71	6,866 040 89
18	3,1066 5438	3,2405 7373	3,3799 3228	3,996 019 50	4,717 120 42	5,559 917 31	6,543 552 91	7,689 965 80
19	3,3085 8691	3,4593 1245	3,6165 2753	4,315 701 06	5,141 661 25	6,115 909 04	7,263 343 73	8,612 761 69
20	3,5236 4506	3,6928 1604	3,8696 8446	4,660 957 14	5,604 410 77	6,727 499 95	8,062 311 54	9,646 293 09
21	3,7526 8199	3,9420 8113	4,1405 6237	5,033 833 72	6,108 807 74	7,400 249 94	8,949 165 81	10,803 848 26
22	3,9966 0632	4,2081 7160	4,4304 0174	5,436 540 41	6,658 600 43	8,140 274 94	9,933 574 04	12,100 310 06
23	4,2563 8573	4,4922 2319	4,7405 2986	5,871 463 65	7,257 874 47	8,954 302 43	11,026 267 19	13,552 347 26
24	4,5330 5081	4,7954 4825	5,0723 6695	6,341 180 74	7,911 083 17	9,849 732 68	12,239 156 58	15,178 628 93
25	4,8276 9911	5,1191 4101	5,4274 3264	6,848 475 20	8,623 080 66	10,834 705 94	13,585 463 80	17,000 064 41
26	5,1414 9955	5,4646 8303	5,8073 5292	7,396 353 21	9,399 157 92	11,918 176 54	15,079 864 82	19,040 072 14
27	5,4756 9702	5,8335 4913	6,2138 6763	7,988 061 47	10,245 082 13	13,109 994 19	16,738 649 95	21,324 880 79
28	5,8316 1733	6,2273 1370	6,6488 3836	8,627 106 39	11,167 139 52	14,420 993 61	18,579 901 45	23,883 866 49
29	6,2106 7245	6,6476 5737	7,1142 5705	9,317 274 90	12,172 182 08	15,863 092 97	20,623 690 61	26,749 930 47
30	6,6143 6616	7,0963 7424	7,6122 5504	10,062 656 89	13,267 678 47	17,449 402 27	22,892 296 57	29,959 922 12
31	7,0442 9996	7,5753 7950	8,1451 1290	10,867 669 44	14,461 769 53	19,194 342 50	25,410 449 19	33,555 112 78
32	7,5021 7946	8,0867 1762	8,7152 7080	11,737 083 00	15,763 328 79	21,113 776 75	28,205 598 61	37,581 726 31
33	7,9898 2113	8,6325 7106	9,3253 3975	12,676 049 64	17,182 028 38	23,225 154 42	31,308 214 45	42,091 533 47
34	8,5091 5950	9,2152 6961	9,9781 1354	13,690 133 61	18,728 410 93	25,547 669 86	34,752 118 04	47,142 517 48
35	9,0622 5487	9,8373 0031	10,6765 8148	14,785 344 29	20,413 967 92	28,102 436 85	38,574 851 03	52,799 619 58
36	9,6513 0143	10,5013 1808	11,4239 4219	15,968 171 84	22,251 225 03	30,912 680 53	42,818 084 64	59,135 573 93
37	10,2786 3603	11,2101 5705	12,2236 1814	17,245 625 58	24,253 835 28	34,003 948 59	47,528 073 95	66,231 842 80
38	10,9467 4737	11,9668 4265	13,0792 7141	18,625 275 63	26,436 680 46	37,404 343 44	52,756 162 09	74,179 663 94
39	11,6582 8595	12,7746 0453	13,9948 2041	20,115 297 68	28,815 981 70	41,144 777 79	58,559 339 91	83,081 223 61
40	12,4160 7453	13,6368 9033	14,9744 5784	21,724 521 50	31,409 420 05	45,259 255 57	65,000 867 31	93,050 970 44
41	13,2231 1936	14,5573 8043	16,0226 6989	23,462 483 22	34,236 267 86	49,785 181 12	72,150 962 71	104,217 086 89
42	14,0826 2214	15,5400 0361	17,1442 5678	25,339 481 87	37,317 531 97	54,763 699 24	80,087 568 61	116,723 137 32
43	14,9979 9258	16,5889 5385	18,3443 5475	27,366 640 42	40,676 109 84	60,240 069 16	88,897 201 15	130,729 913 80
44	15,9728 6209	17,7087 0824	19,6284 5959	29,555 971 66	44,336 959 73	66,264 076 08	98,675 893 28	146,417 503 46
45	17,0110 9813	18,9040 4604	21,0024 5176	31,920 449 39	48,327 286 10	72,890 483 69	109,530 241 54	163,987 603 87
46	18,1168 1951	20,1800 6915	22,4726 2338	34,474 085 34	52,676 741 85	80,179 532 05	121,578 568 11	183,666 116 34
47	19,2944 1278	21,5422 2382	24,0457 0702	37,232 012 17	57,417 648 62	88,197 485 26	134,952 210 60	205,706 050 30
48	20,5485 4961	22,9953 2392	25,7289 0651	40,210 573 14	62,585 237 00	97,017 233 78	149,796 953 77	230,390 776 33
49	21,8842 0533	24,5485 7579	27,5299 2997	43,427 418 99	68,217 908 33	106,718 957 16	166,274 618 68	258,037 669 49
50	23,3066 7868	26,2056 0466	29,4570 2506	46,901 612 51	74,357 520 08	117,390 852 88	184,564 826 74	289,002 189 83
51	24,8216 1279	27,9744 8297	31,5190 1682	50,653 741 51	81,049 696 88	129,129 938 17	204,866 957 68	323,682 452 61
52	26,4350 1762	29,8627 6057	33,7253 4799	54,706 040 84	88,344 169 60	142,042 931 98	227,402 323 03	362,524 346 92
53	28,1532 9377	31,8784 9691	36,0861 2235	59,082 524 10	96,295 144 87	156,247 225 18	252,416 578 56	406,027 268 55
54	29,9832 5786	34,0302 9545	38,6121 5092	63,809 126 03	104,961 707 90	171,871 947 70	280,182 402 20	454,750 540 78
55	31,9321 6963	36,3273 4039	41,3150 0148	68,913 856 11	114,408 261 62	189,059 142 47	311,002 466 44	509,320 605 67
56	34,0077 6065	38,7794 3587	44,2070,5159	74,426 964 60	124,705 005.16	207,965 056 72	345,212 737 75	570,439 078 35
57	36,2182 6509	41,3970 4779	47,3015 4520	80,381 121 77	135,928 455 63	228,761 562 39	383,186 138 90	638,891 767 76
58	38,5724 5233	44,1913 4852	50,6126 5336	86,811 611 51	148,162 016 63	251,637 718 63	425,336 614 18	715,558 779 89
59	41,0796 6173	47,1742 6454	54,1555 3910	93,756 540 43	161,496 598 13	276,801 490 49	472,123 641 74	801,425 833 47
60	43,7498 3974	50,3585 2740	57,9464 2683	101,257 063 67	176,031 291 96	304,481 639 54	524,057 242 34	897,596 933 49

TÁBUA II

Valor atual de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$$v^n = \frac{1}{(1+r)^n}$$

n	$\frac{1}{4}\%$	$\frac{1}{2}\%$	$\frac{3}{4}\%$	1%	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$1\frac{3}{4}\%$	2%	$2\frac{1}{4}\%$
1	0,9975 0623	0,9950 2488	0,9925 5583	0,9900 9901	0,9876 5432	0,9852 2167	0,9828 0098	0,9803 9216	0,9779 9511
2	0,9950 1869	0,9900 7450	0,9851 6708	0,9802 9605	0,9754 6106	0,9706 6175	0,9658 9777	0,9611 6878	0,9564 7444
3	0,9925 3734	0,9851 4876	0,9778 3333	0,9705 9015	0,9634 1833	0,9563 1699	0,9492 8528	0,9423 2233	0,9354 2732
4	0,9900 0219	0,9802 4752	0,9705 5417	0,9609 8034	0,9515 2428	0,9421 8423	0,9329 5851	0,9238 4543	0,9148 4335
5	0,9875 9221	0,9753 7067	0,9633 2920	0,9514 6569	0,9397 7706	0,9282 6033	0,9169 1254	0,9057 3081	0,8947 1232
6	0,9851 3038	0,9705 1808	0,9561 5802	0,9420 4524	0,9281 7488	0,9145 4219	0,9011 4254	0,8879 7138	0,8750 2427
7	0,9826 7370	0,9656 8963	0,9490 4022	0,9327 1805	0,9167 1593	0,9010 2679	0,8856 4378	0,8705 6018	0,8557 6946
8	0,9802 2314	0,9608 8520	0,9419 7540	0,9234 8322	0,9053 9845	0,8877 1112	0,8704 1157	0,8534 9037	0,8369 3835
9	0,9777 7869	0,9561 0468	0,9349 6318	0,9143 3982	0,8942 2069	0,8745 9224	0,8554 4135	0,8367 5527	0,8185 2161
10	0,9753 4034	0,9513 4794	0,9280 0315	0,9052 8695	0,8831 8093	0,8616 6723	0,8407 2860	0,8203 4830	0,8005 1013
11	0,9729 0807	0,9466 1489	0,9210 9494	0,8963 2372	0,8722 7746	0,8489 3323	0,8262 6889	0,8042 6304	0,7828 9499
12	0,9704 8187	0,9419 0534	0,9142 3815	0,8874 4923	0,8615 0860	0,8363 8742	0,8120 5788	0,7884 9318	0,7656 6748
13	0,9680 6171	0,9372 1924	0,9074 3241	0,8786 6260	0,8508 7269	0,8240 2702	0,7980 9128	0,7730 3253	0,7488 1905
14	0,9656 4759	0,9325 5646	0,9006 7733	0,8699 6297	0,8403 6809	0,8118 4928	0,7843 6490	0,7578 7502	0,7323 4137
15	0,9632 3949	0,9279 1688	0,8939 7254	0,8613 4947	0,8299 9318	0,7998 5150	0,7708 7459	0,7430 1473	0,7162 2628
16	0,9608 3740	0,9233 0037	0,8873 1766	0,8528 2126	0,8197 4635	0,7880 3104	0,7576 1631	0,7284 4581	0,7004 6580
17	0,9584 4130	0,9187 0684	0,8807 1231	0,8443 7749	0,8096 2602	0,7763 8526	0,7445 8605	0,7141 6256	0,6850 5212
18	0,9560 5117	0,9141 3616	0,8741 5614	0,8360 1731	0,7996 3064	0,7649 1159	0,7317 7990	0,7001 5837	0,6699 7763
19	0,9536 6700	0,9095 8822	0,8676 4878	0,8277 3992	0,7897 5866	0,7536 0747	0,7191 9401	0,6864 3076	0,6552 3484
20	0,9512 8878	0,9050 6290	0,8611 8985	0,8195 4447	0,7800 0855	0,7424 7042	0,7068 2458	0,6729 7133	0,6408 1647
21	0,9489 1649	0,9005 6010	0,8547 7901	0,8114 3017	0,7703 7881	0,7314 9795	0,6946 6789	0,6597 7582	0,6267 1538
22	0,9465 5011	0,8960 7971	0,8484 1589	0,8033 9621	0,7608 6796	0,7206 8763	0,6827 2028	0,6468 3904	0,6129 2457
23	0,9441 8964	0,8916 2160	0,8421 0014	0,7954 4179	0,7514 7453	0,7100 3708	0,6709 7817	0,6341 5592	0,5994 3724
24	0,9418 3595	0,8871 8567	0,8358 3140	0,7875 6613	0,7421 9707	0,6995 4392	0,6594 3800	0,6217 2149	0,5862 4668
25	0,9394 8634	0,8827 7181	0,8296 0933	0,7797 6844	0,7330 3414	0,6892 0583	0,6480 9632	0,6095 3087	0,5733 4639
26	0,9371 4348	0,8783 7991	0,8234 3358	0,7720 4796	0,7239 8434	0,6790 2052	0,6369 4970	0,5975 7928	0,5607 2997
27	0,9348 0646	0,8740 0986	0,8173 0380	0,7644 0392	0,7150 4626	0,6689 8574	0,6259 9479	0,5858 6204	0,5483 9117
28	0,9324 7527	0,8696 6155	0,8112 1966	0,7568 3557	0,7062 1853	0,6590 9925	0,6152 2829	0,5743 7455	0,5363 2388
29	0,9301 4990	0,8653 3488	0,8051 8080	0,7493 4215	0,6974 9978	0,6493 5887	0,6046 4697	0,5631 1231	0,5245 2213
30	0,9278 3032	0,8610 2973	0,7991 8690	0,7419 2292	0,6888 8867	0,6397 6243	0,5942 4764	0,5520 7089	0,5129 8008
31	0,9255 1653	0,8567 4600	0,7932 3762	0,7345 7715	0,6803 8387	0,6303 0781	0,5840 2716	0,5412 4597	0,5016 9201
32	0,9232 0851	0,8524 8358	0,7873 3262	0,7273 0411	0,6719 8407	0,6209 9292	0,5739 8247	0,5306 3330	0,4906 5233
33	0,9209 0624	0,8482 4237	0,7814 7158	0,7201 0307	0,6636 8797	0,6118 1568	0,5641 1053	0,5202 2873	0,4798 5558
34	0,9186 0972	0,8440 2226	0,7756 5418	0,7129 7334	0,6554 9429	0,6027 7407	0,5544 0839	0,5100 2817	0,4692 9641
35	0,9163 1892	0,8398 2314	0,7698 8008	0,7059 1420	0,6474 0177	0,5938 6608	0,5448 7311	0,5000 2761	0,4589 6960
36	0,9140 3384	0,8356 4492	0,7641 4896	0,6989 2495	0,6394 0916	0,5850 8974	0,5355 0183	0,4902 2315	0,4488 7002
37	0,9117 5445	0,8314 8748	0,7584 6051	0,6920 0490	0,6315 1522	0,5764 4309	0,5262 9172	0,4806 1093	0,4389 9268
38	0,9094 8075	0,8273 5073	0,7528 1440	0,6851 5337	0,6237 1873	0,5679 2423	0,5172 4002	0,4711 8719	0,4293 3270
39	0,9072 1272	0,8232 3455	0,7472 1032	0,6783 6967	0,6160 1850	0,5595 3126	0,5083 4400	0,4619 4822	0,4198 8528
40	0,9049 5034	0,8191 3886	0,7416 4796	0,6716 5314	0,6084 1334	0,5512 6232	0,4996 0098	0,4528 9042	0,4106 4575
41	0,9026 9361	0,8150 6354	0,7361 2701	0,6650 0311	0,6009 0206	0,5431 1559	0,4910 0834	0,4440 1021	0,4016 0954
42	0,9004 4250	0,8110 0850	0,7306 4716	0,6584 1892	0,5934 8352	0,5350 8925	0,4825 6348	0,4353 0413	0,3927 7216
43	0,8981 9701	0,8069 7363	0,7252 0809	0,6518 9992	0,5861 5656	0,5271 8153	0,4742 6386	0,4267 6875	0,3841 2925
44	0,8959 5712	0,8029 5884	0,7198 0952	0,6454 4546	0,5789 2006	0,5193 9067	0,4661 0699	0,4184 0074	0,3756 7653
45	0,8937 2281	0,7989 6402	0,7144 5114	0,6390 5492	0,5717 7290	0,5117 1494	0,4580 9040	0,4101 9680	0,3674 0981
46	0,8914 9407	0,7949 8907	0,7091 3264	0,6327 2764	0,5647 1397	0,5041 5265	0,4502 1170	0,4021 5373	0,3593 2500
47	0,8892 7090	0,7910 3390	0,7038 5374	0,6264 6301	0,5577 4219	0,4967 0212	0,4424 6850	0,3942 6836	0,3514 1809
48	0,8870 5326	0,7870 9841	0,6986 1414	0,6202 6041	0,5508 5649	0,4893 6170	0,4348 5848	0,3865 3761	0,3436 8518
49	0,8848 4116	0,7831 8250	0,6934 1353	0,6141 1921	0,5440 5579	0,4821 2975	0,4273 7934	0,3789 5844	0,3361 2242
50	0,8826 3457	0,7792 8607	0,6882 5165	0,6080 3882	0,5373 3905	0,4750 0468	0,4200 2883	0,3715 2788	0,3287 2608
51	0,8804 3349	0,7754 0902	0,6831 2819	0,6020 1864	0,5307 0524	0,4679 8491	0,4128 0475	0,3642 4302	0,3214 9250
52	0,8782 3790	0,7715 5127	0,6780 4286	0,5960 5806	0,5241 5332	0,4610 6887	0,4057 0492	0,3571 0100	0,3144 1810
53	0,8760 4778	0,7677 1270	0,6729 9540	0,5901 5649	0,5176 8229	0,4542 5505	0,3987 2719	0,3500 9902	0,3074 9936
54	0,8738 0312	0,7638 9324	0,6679 8551	0,5843 1336	0,5112 9113	0,4475 4192	0,3918 6947	0,3432 3433	0,3007 3287
55	0,8716 8391	0,7600 9277	0,6630 1291	0,5785 2808	0,5049 7892	0,4409 2800	0,3851 2970	0,3365 0425	0,2941 1528
56	0,8695 1013	0,7563 1122	0,6580 7733	0,5728 0008	0,4987 4461	0,4344 1182	0,3785 0585	0,3299 0613	0,2876 4330
57	0,8673 4178	0,7525 4847	0,6531 7849	0,5671 2879	0,4925 8727	0,4279 9194	0,3719 9592	0,3234 3738	0,2813 1374
58	0,8651 7883	0,7488 0445	0,6483 1612	0,5615 1365	0,4865 0594	0,4216 6694	0,3655 9796	0,3170 9547	0,2751 2347
59	0,8630 2128	0,7450 7906	0,6434 8995	0,5559 5411	0,4804 9970	0,4154 3541	0,3593 1003	0,3108 7791	0,2690 6940
60	0,8608 6911	0,7413 7220	0,6386 9970	0,5504 4962	0,4745 6760	0,4092 9597	0,3531 3025	0,3047 8227	0,2631 4856

TÁBUA II

Valor atual de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$$v^n = \frac{1}{(1+r)^n}$$

n	$2\frac{1}{2}\%$	$2\frac{3}{4}\%$	3%	$3\frac{1}{4}\%$	$3\frac{1}{2}\%$	$3\frac{3}{4}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%
1	0,9756 0976	0,9732 3601	0,9708 7379	0,9685 2300	0,9661 8358	0,9638 5542	0,9615 3846	0,9569 3780	0,9523 8095
2	0,9518 1440	0,9471 8833	0,9425 9591	0,9380 3631	0,9335 1070	0,9290 1727	0,9245 5621	0,9157 2995	0,9070 2948
3	0,9285 9941	0,9218 3779	0,9151 4166	0,9085 1022	0,9019 4271	0,8954 3834	0,8889 9636	0,8762 9660	0,8638 3760
4	0,9059 5064	0,8971 6573	0,8884 8705	0 8799 1305	0,8714 4223	0,8630 7310	0,8548 0419	0,8385 6134	0,8227 0247
5	0,8838 5429	0,8731 5400	0,8626 0878	0,8522 1603	0,8419 7317	0,8318 7768	0,8219 2711	0,8024 5105	0,7835 2617
6	0,8622 9687	0,8497 8491	0,8374 8426	0,8253 9083	0,8135 0065	0,8018 0981	0 7903 1453	0,7678 9574	0,7462 1540
7	0,8412 6524	0,8270 4128	0,8130 9151	0,7994 1000	0,7859 9096	0,7728 2871	0,7599 1781	0,7348 2846	0,7106 8133
8	0,8207 4657	0,8049 0535	0,7894 0923	0,7742 4698	0,7594 1156	0,7448 9517	0,7305 9021	0,7031 8513	0,6768 3936
9	0,8007 2836	0,7833 6385	0,7664 1673	0,7498 7601	0,7337 3097	0,7179 7125	0,7025 8674	0,6729 0443	0,6446 0892
10	0,7811 9840	0,7623 9791	0,7440 9391	0,7262 7216	0,7089 1881	0,6920 2048	0,6755 6417	0,6439 2768	0,6139 1325
11	0,7621 4478	0,7419 9310	0,7224 2128	0,7034 1129	0 6849 4571	0,6670 0769	0,6495 8093	0,6161 9874	0,5846 7929
12	0,7435 5589	0,7221 3440	0,7013 7988	0,6812 7002	0,6617 8330	0,6428 9898	0,6245 9705	0,5896 6386	0,5568 3742
13	0,7254 2038	0,7028 0720	0,6809 5134	0,6598 2568	0,6394 0415	0,6196 6167	0 6005 7409	0,5642 7164	0,5303 2135
14	0,7077 2720	0,6839 9728	0,6611 1781	0,6390 5635	0,6177 8179	0,5972 6426	0,5774 7508	0,5399 7286	0,5050 6795
15	0,6904 6556	0,6656 9078	0,6418 6195	0,6189 4078	0,5968 9062	0,5756 7639	0,5552 6450	0,5167 2044	0,4810 1710
16	0,6736 2493	0,6478 7424	0,6231 6694	0,5994 5838	0,5767 0592	0,5548 6881	0,5339 0818	0,4944 6932	0,4581 1152
17	0,6571 9506	0,6305 3454	0,6050 1645	0,5805 8923	0,5572 0378	0,5348 1331	0,5133 7325	0 4731 7639	0,4362 9669
18	0,6411 6591	0,6136 5892	0,5873 9461	0,5623 1402	0,5383 6114	0,5154 8271	0,4936 2812	0,4528 0037	0,4155 2065
19	0,6255 2772	0,5972 3496	0,5702 8603	0,5446 1407	0,5201 5569	0,4968 5080	0,4746 4242	0,4333 0179	0,3957 3396
20	0,6102 7094	0,5812 5057	0,5536 7575	0,5274 7125	0,5025 6589	0,4788 9234	0,4563 8695	0,4146 4286	0,3768 8948
21	0,5953 8629	0,5656 9398	0,5375 4928	0,5108 6804	0,4855 7090	0,4615 8298	0,4388 3360	0,3967 8743	0,3589 4236
22	0,5808 6467	0,5505 5375	0,5218 9250	0,4947 8745	0,4691 5063	0,4448 9926	0,4219 5539	0,3797 0089	0,3418 4987
23	0,5666 9724	0,5358 1874	0,5066 9175	0,4792 1302	0,4532 8563	0,4288 1856	0,4057 2633	0,3633 5013	0,3255 7131
24	0,5528 7535	0,5214 7809	0,4919 3374	0,4641 2884	0,4379 5713	0,4133 1910	0,3901 2147	0,3477 0347	0,3100 6791
25	0,5393 9059	0,5075 2126	0,4776 0557	0,4495 1945	0,4231 4699	0,3983 7985	0,3751 1680	0,3327 3060	0,2953 0277
26	0,5262 3472	0,4939 3796	0,4636 9473	0,4353 6993	0,4088 3767	0,3839 8058	0 3606 8923	0,3184 0248	0,2812 4073
27	0,5133 9973	0,4807 1821	0,4501 8906	0,4216 6579	0,3950 1224	0,3701 0176	0,3468 1657	0,3046 9137	0,2678 4832
28	0,5008 7778	0,4678 5227	0,4370 7675	0,4083 9302	0,3816 5434	0,3567 2459	0,3334 7747	0,2915 7069	0,2550 9364
29	0,4886 6125	0,4553 3068	0,4243 4636	0,3955 3803	0,3687 4816	0,3438 3093	0 3205 5141	0,2790 1502	0,2429 4632
30	0,4767 4269	0,4431 4421	0,4119 8676	0,3830 8768	0,3562 7841	0,3314 0331	0,3083 1867	0,2670 0002	0,2313 7745
31	0,4651 1481	0,4312 8391	0,3999 8715	0,3710 2923	0,3442 3035	0,3194 2487	0,2964 6026	0,2555 0241	0,2203 5947
32	0,4537 7055	0,4197 4103	0 3883 3703	0,3593 5035	0,3325 8971	0,3078 7940	0,2850 5794	0,2444 9991	0,2098 6617
33	0,4427 0298	0,4085 0708	0,3770 2625	0,3480 3908	0,3213 4271	0,2967 5123	0,2740 9417	0,2339 7121	0,1998 7254
34	0,4319 0534	0,3975 7380	0,3660 4490	0,3370 8385	0,3104 7605	0,2860 2528	0,2635 5209	0,2238 9589	0 1903 5480
35	0,4213 7107	0,3869 3314	0,3553 8340	0,3264 7346	0,2999 7686	0,2756 8702	0,2534 1547	0,2142 5444	0,1812 9029
36	0,4110 9372	0,3765 7727	0,3450 3243	0,3161 9706	0,2898 3272	0,2657 2242	0,2436 6872	0,2050 2817	0,1726 5741
37	0,4010 6705	0,3664 9856	0,3349 8294	0,3062 4413	0,2800 3161	0,2561 1800	0,2342 9685	0 1961 9921	0,1644 3563
38	0,3912 8492	0,3566 8959	0,3252 2615	0,2966 0448	0,2705 6194	0,2468 6072	0,2252 8543	0,1877 5044	0,1566 0536
39	0,3817 4139	0,3471 4316	0,3157 5355	0,2872 6826	0,2614 1250	0,2379 3805	0,2166 2061	0,1796 6549	0,1491 4797
40	0,3724 3062	0,3378 5222	0,3065 5684	0,2782 2592	0,2525 7247	0,2293 3788	0,2082 8904	0,1719 2870	0,1420 4568
41	0,3633 4695	0,3288 0995	0,2976 2800	0,2694 6820	0,2440 3137	0,2210 4855	0,2002 7793	0 1645 2507	0,1352 8160
42	0,3544 8483	0,3200 0968	0,2889 5922	0,2609 8615	0,2357 7910	0,2130 5885	0,1925 7493	0,1574 4026	0,1288 3962
43	0,3458 3886	0,3114 4495	0,2805 4294	0,2527 7109	0,2278 0590	0,2053 5793	0,1851 6820	0,1506 6054	0,1227 0440
44	0,3374 0376	0,3031 0944	0,2723 7178	0,2448 1462	0,2201 0231	0,1979 3535	0,1780 4635	0,1441 7276	0,1168 6133
45	0,3291 7440	0,2949 9702	0,2644 3862	0,2371 0859	0,2126 5924	0,1907 8106	0,1711 9841	0,1379 6437	0,1112 9651
46	0,3211 4576	0,2871 0172	0,2567 3653	0,2296 4512	0,2054 6787	0,1838 8536	0,1646 1386	0,1320 2332	0,1059 9668
47	0,3133 1294	0,2794 1773	0,2492 5876	0,2224 1658	0,1985 1968	0,1772 3890	0,1582 8256	0,1263 3310	0,1009 4921
48	0,3056 7116	0,2719 3940	0,2419 9880	0,2154 1558	0,1918 0645	0,1708 3268	0,1521 9476	0,1208 9771	0,0961 4211
49	0,2982 1576	0,2646 6122	0,2349 5029	0,2086 3494	0,1853 2024	0,1646 5800	0,1463 4112	0,1156 9158	0,0915 6391
50	0,2909 4221	0,2575 7783	0,2281 0708	0,2020 6774	0,1790 5337	0,1587 0651	0,1407 1262	0,1107 0965	0,0872 0373
51	0,2838 4606	0,2506 8402	0,2214 6318	0,1957 0725	0,1719 9843	0,1529 7013	0,1353 0059	0,1059 4225	0,0830 5117
52	0,2769 2298	0,2439 7471	0,2150 1280	0,1895 4698	0,1671 4824	0,1474 4109	0,1300 9672	0,1013 8014	0,0790 9635
53	0,2701 6876	0,2374 4497	0,2087 5029	0,1835 8061	0,1614 9588	0,1421 1189	0,1250 9300	0,0970 1449	0,0753 2986
54	0,2635 7928	0,2310 9000	0,2026 7019	0,1778 0204	0,1560 3467	0,1369 7532	0,1202 8173	0,0928 3683	0,0717 4272
55	0,2571 5052	0,2249 0511	0,1967 6717	0,1722 0537	0,1507 5814	0,1320 2440	0,1156 5551	0,0888 3907	0,0683 2640
56	0,2508 7855	0,2188 8575	0,1910 3609	0,1667 8486	0,1456 6004	0,1272 5243	0,1112 0722	0,0850 1347	0,0650 7276
57	0,2447 5956	0,2130 2749	0,1854 7193	0,1615 3497	0,1407 3433	0,1226 5295	0,1069 3002	0,0813 5260	0,0619 7406
58	0,2387 8982	0,2073 2603	0,1800 6984	0,1564 5034	0,1359 7520	0,1182 1971	0,1028 1733	0,0778 4938	0,0590 2291
59	0,2329 6568	0,2017 7716	0,1748 2508	0,1515 2575	0,1313 7701	0,1139 4671	0,0988 6282	0,0744 9701	0,0562 1230
60	0,2272 8359	0,1963 7679	0,1697 3309	0,1467 5617	0,1269 3431	0,1098 2815	0,0950 6040	0,0712 8901	0,0535 3552

TÁBUA II

Valor atual de uma unidade monetária em regime de capitalização composta

$$v^n = \frac{1}{(1+r)^n}$$

n	$5\frac{1}{2}\%$	6%	$6\frac{1}{2}\%$	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	0,947 867 30	0,943 396 23	0,938 967 14	0,934 579 44	0,925 925 93	0,917 431 19	0,909 090 91	0,900 900 90	0,892 857 14
2	0,898 452 42	0,889 996 44	0,881 659 28	0,873 438 73	0,857 338 82	0,841 679 99	0,826 446 28	0,811 622 43	0,797 193 88
3	0,851 613 66	0,839 619 28	0,827 849 09	0,816 297 88	0,793 832 24	0,772 183 48	0,751 314 80	0,731 191 38	0,711 780 25
4	0,807 216 74	0,792 093 66	0,777 323 09	0,762 895 21	0,735 029 85	0,708 425 21	0,683 013 46	0,658 730 97	0,635 518 08
5	0,765 134 35	0,747 258 17	0,729 880 84	0,712 986 18	0,680 583 20	0,649 931 39	0,620 921 32	0,593 451 33	0,567 426 86
6	0,725 245 83	0,704 960 54	685 334 12	0,666 342 22	0,630 169 63	0,596 267 33	0,564 473 93	0,534 640 84	0,506 631 1..
7	0,687 436 81	0,665 057 11	643 506 21	0,622 749 74	0,583 490 40	0,547 034 24	0,513 158 12	0,481 658 41	0,452 349 22
8	0,651 598 87	0,627 412 37	604 231 19	0,582 009 10	0,540 268 88	0,501 866 28	0,466 507 38	0,433 926 50	0,403 883 23
9	0,617 629 26	0,591 898 46	567 353 23	0,543 933 74	0,500 248 97	0,460 427 78	0,424 097 62	0,390 924 77	0,360 610 03
10	0,585 430 58	0,558 394 78	532 726 04	0,508 349 29	0,463 193 49	0,422 410 81	0,385 543 29	0,352 184 48	0,321 973 24
11	0,554 910 50	0,526 787 53	0,500 212 24	0,475 092 80	0,428 882 86	0,387 532 85	0,350 493 90	0,317 283 31	0,287 476 10
12	0,525 981 52	0,496 969 36	0,469 682 85	0,444 011 96	0,397 113 76	0,355 534 73	0,318 630 82	0,285 840 82	0,256 675 09
13	0,498 560 68	0,468 839 02	0,441 016 76	0,414 964 45	0,367 697 92	0,326 178 65	0,289 664 38	0,257 514 26	0,229 174 19
14	0,472 569 37	0,442 300 96	0,414 100 25	0,387 817 24	0,340 461 04	0,299 246 47	0,263 331 25	0,231 994 82	0,204 619 81
15	0,447 933 05	0,417 265 06	0,388 826 52	0,362 446 02	0,315 241 70	0,274 538 04	0,239 392 05	0,209 004 35	0,182 696 26
16	0,424 581 09	0,393 646 28	0,365 095 33	0,338 734 60	0,291 890 47	0,251 869 76	0,217 629 14	0,188 292 20	0,163 121 66
17	0,402 446 53	0,371 364 42	0,342 812 51	0,316 574 39	0,270 268 95	0,231 073 18	0,197 844 67	0,169 632 62	0,145 644 34
18	0,381 465 90	0,350 343 79	0,321 889 69	0,295 863 92	0,250 249 03	0,211 993 74	0,179 858 79	0,152 822 18	0,130 039 59
19	0,361 579 06	0,330 513 01	0,302 243 84	0,276 508 33	0,231 712 06	0,194 489 67	0,163 507 99	0,137 677 64	0,116 106 78
20	0,342 728 96	0,311 804 73	0,283 797 03	0,258 419 00	0,214 548 21	0,178 430 89	0,148 643 63	0,124 033 91	0,103 666 77
21	0,324 861 58	0,294 155 40	0,266 476 08	0,241 513 09	0,198 655 75	0,163 698 06	0,135 130 57	0,111 742 26	0,092 559 61
22	0,307 925 67	0,277 505 10	250 212 28	0,225 713 17	0,183 940 51	0,150 181 71	0,122 845 97	0,100 668 70	0,082 642 51
23	0,291 872 67	0,261 797 26	234 941 11	0,210 946 88	0,170 315 28	0,137 781 39	0,111 678 16	0,090 692 52	0,073 787 96
24	0,276 656 56	0,246 978 55	220 601 98	0,197 146 62	0,157 699 34	0,126 404 94	0,101 525 60	0,081 704 98	0,065 882 10
25	0,262 233 70	0,232 998 63	207 138 01	0,184 249 18	0,146 017 90	0,115 967 84	0,092 296 00	0,073 608 09	0,058 823 31
26	0,248 562 75	0,219 810 03	0,194 495 79	0,172 195 49	135 201 76	0,106 392 51	0,083 905 45	0,066 313 59	0,052 520 81
27	0,235 604 50	0,207 367 95	0,182 625 15	0,160 930 37	125 186 82	0,097 607 81	0,076 277 68	0,059 741 97	0,046 893 58
28	0,223 321 81	0,195 630 14	0,171 479 02	0,150 402 21	115 913 72	0,089 548 45	0,069 343 35	0,053 821 60	0,041 869 27
29	0,211 679 44	0,184 556 74	0,161 013 16	0,140 562 82	107 327 52	0,082 154 54	0,063 039 41	0,048 487 93	0,037 383 27
30	0,200 644 02	0,174 110 13	0,151 186 07	0,131 367 12	099 377 33	0,075 371 14	0,057 308 55	0,043 682 82	0,033 377 92
31	0,190 183 90	0,164 254 84	0,141 958 75	0,122 773 01	0,092 016 05	0,069 147 83	0,052 098 68	0,039 353 89	0,029 801 72
32	0,180 269 10	0,154 957 40	0,133 294 60	114 741 13	0,085 200 05	0,063 438 38	0,047 362 44	0,035 453 95	0,026 608 68
33	0,170 871 19	0,146 186 22	0,125 159 25	107 234 70	0,078 888 93	0,058 200 35	0,043 056 76	0,031 940 50	0,023 757 75
34	0,161 963 21	0,137 911 53	0,117 520 42	100 219 34	0,073 045 31	0,053 394 81	0,039 142 51	0,028 775 22	0,021 212 27
35	0,153 519 63	0,130 105 22	0,110 347 81	093 662 94	0,067 634 54	0,048 986 07	0,035 584 10	0,025 923 63	0,018 939 53
36	0,145 516 24	0,122 740 77	0,103 612 97	0,087 535 46	0,062 624 58	0,044 941 35	0,032 349 18	0,023 354 62	0,016 910 30
37	0,137 930 08	0,115 793 18	0,097 289 17	0,081 808 84	0,057 985 72	0,041 230 59	0,029 408 35	0,021 040 20	0,015 098 48
38	0,130 739 41	0,109 238 85	0,091 351 34	0,076 456 86	0,053 690 48	0,037 826 23	0,026 734 86	0,018 955 13	0,013 480 78
39	0,123 923 62	0,103 055 52	0,085 775 90	0,071 455 01	0,049 713 41	0,034 702 96	0,024 304 42	0,017 076 70	0,012 036 41
40	0,117 463 14	0,097 222 19	0,080 540 75	0,066 780 38	0,046 030 93	0,031 837 58	0,022 094 93	0,015 384 41	0,010 746 80
41	0,111 339 47	0,091 719 05	0,075 625 12	0,062 411 57	0,042 621 23	0,029 208 79	0,020 086 30	0,013 859 83	0,009 595 36
42	0,105 535 04	0,086 527 40	0,071 009 50	0,058 328 57	0,039 464 11	0,026 797 06	0,018 260 27	0,012 486 33	0,008 567 28
43	0,100 033 22	0,081 629 62	0,066 675 59	0,054 512 68	0,036 540 84	0,024 584 46	0,016 600 25	0,011 248 95	0,007 649 36
44	0,094 818 22	0,077 009 08	0,062 606 19	0,050 946 43	0,033 834 11	0,022 554 55	0,015 091 13	0,010 134 19	0,006 829 78
45	0,089 875 09	0,072 650 07	0,058 785 15	0,047 613 49	0,031 327 88	0,020 692 24	0,013 719 21	0,009 129 90	0,006 098 02
46	0,085 189 65	0,068 537 81	0,055 197 33	0,044 498 59	0,029 007 30	0,018 983 71	0,012 472 01	0,008 225 13	0,005 444 66
47	0,080 748 49	0,064 658 31	0,051 828 48	0,041 587 47	0,026 858 61	0,017 416 25	0,011 338 19	0,007 410 03	0,004 861 31
48	0,076 538 85	0,060 998 40	0,048 665 24	0,038 866 79	0,024 869 08	0,015 978 21	0,010 307 45	0,006 675 70	0,004 340 45
49	0,072 548 67	0,057 545 66	0,045 695 06	0,036 324 10	0,023 026 93	0,014 658 91	0,009 370 41	0,006 014 15	0,003 875 40
50	0,068 766 52	0,054 288 36	0,042 906 16	0,033 947 76	0,021 321 23	0,013 448 54	0,008 518 55	0,005 418 15	0,003 460 18
51	0,065 181 53	0,051 215 44	0,040 287 47	0,031 726 88	0,019 741 88	0,012 338 11	0,007 744 14	0,004 881 22	0,003 089 45
52	0,061 783 44	0,048 316 45	037 828 61	0,029 651 29	0,018 279 52	0,011 319 37	0,007 040 13	0,004 397 49	0,002 758 44
53	0,058 562 50	0,045 581 56	035 519 82	0,027 711 48	0,016 925 48	0,010 384 74	0,006 400 11	0,003 961 70	0,002 462 89
54	0,055 509 48	0,043 001 47	033 351 95	0,025 898 58	0,015 671 74	0,009 527 28	0,005 818 29	0,003 569 10	0,002 199 01
55	0,052 615 62	0,040 567 42	031 316 38	0,024 204 28	0,014 510 87	0,008 740 63	0,005 289 35	0,003 215 41	0,001 963 40
56	0,049 872 63	0,038 271 15	0,029 405 05	022 620 83	0,013 435 99	0,008 018 92	0,004 808 50	0,002 896 76	0,001 753 04
57	0,047 272 63	0,036 104 86	0,027 610 38	021 140 96	0,012 440 73	0,007 356 81	0,004 371 36	0,002 609 70	0,001 565 21
58	0,044 808 18	0,034 061 19	0,025 925 24	019 757 91	0,011 519 20	0,006 749 37	0,003 973 97	0,002 351 08	0,001 397 51
59	0,042 472 21	0,032 133 20	0,024 342 95	018 465 33	0,010 665 92	0,006 192 08	0,003 612 70	0,002 118 09	0,001 247 78
60	0,040 258 02	0,030 314 34	0,022 857 23	017 257 32	0,009 875 85	0,005 680 81	0,003 284 27	0,001 908 19	0,001 114 09

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$\frac{1}{8}\%$	$\frac{1}{4}\%$	$\frac{3}{8}\%$	$\frac{1}{2}\%$	$\frac{5}{8}\%$	$\frac{3}{4}\%$	$\frac{7}{8}\%$	1%	$1\frac{1}{8}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0012 5000	2,0025 0000	2,0037 5000	2,0050 0000	2,0062 5000	2,0075 0000	2,0087 5000	2,0100 0000	2,0112 5000
3	3,0037 5156	3,0075 0625	3,0112 6406	3,0150 2500	3,0187 8906	3,0225 5625	3,0263 2656	3,0301 0000	3,0338 7656
4	4,0075 0625	4,0150 2502	4,0225 5630	4,0301 0013	4,0376 5649	4,0452 2542	4,0528 0692	4,0604 0100	4,0680 0767
5	5,0125 1563	5,0250 6258	5,0376 4089	5,0502 5063	5,0628 9185	5,0755 6461	5,0882 6898	5,1010 0501	5,1137 7276
6	6,0187 8128	6,0376 2523	6,0565 3204	6,0755 0188	6,0945 3492	6,1136 3135	6,1327 9133	6,1520 1506	6,1713 0270
7	7,0263 0476	7,0527 1930	7,0792 4404	7,1058 7939	7,1326 2576	7,1594 8358	7,1864 5326	7,2135 3521	7,2407 2986
8	8,0350 8764	8,0703 5110	8,1057 9120	8,1414 0879	8,1772 0468	8,2131 7971	8,2493 3472	8,2856 7056	8,3221 8807
9	9,0451 3150	9,0905 2697	9,1361 8792	9,1821 1583	9,2283 1220	9,2747 7856	9,3215 1640	9,3685 2727	9,4158 1269
10	10,0564 3791	10,1132 5329	10,1704 4862	10,2280 2641	10,2859 8916	10,3443 3940	10,4030 7967	10,4622 1254	10,5217 4058
11	11,0690 0846	11,1385 3642	11,2085 8781	11,2791 6654	11,3502 7659	11,4219 2194	11,4941 0662	11,5668 3467	11,6401 1016
12	12,0828 4472	12,1663 8277	12,2506 2001	12,3355 6237	12,4212 1582	12,5075 8636	12,5946 8005	12,6825 0301	12,7710 6140
13	13,0979 4827	13,1967 9872	13,2965 5984	13,3972 4018	13,4988 4842	13,6013 9325	13,7048 8350	13,8093 2804	13,9147 3584
14	14,1143 2071	14,2297 9072	14,3464 2194	14,4642 2639	14,5832 1622	14,7034 0370	14,8248 0123	14,9474 2132	15,0712 7662
15	15,1319 6361	15,2653 6520	15,4002 2102	15,5365 4752	15,6743 6132	15,8136 7923	15,9545 1824	16,0968 9554	16,2408 2848
16	16,1508 7857	16,3035 2861	16,4579 7185	16,6142 3026	16,7723 2608	16,9322 8183	17,0941 2028	17,2578 6449	17,4235 3780
17	17,1710 6716	17,3442 8743	17,5196 8924	17,6973 0141	17,8771 5312	18,0592 7394	18,2436 9383	18,4304 4314	18,6195 5260
18	18,1925 3100	18,3876 4815	18,5853 8808	18,7857 8593	18,9888 8532	19,1947 1849	19,4033 2615	19,6147 4757	19,8290 2257
19	19,2152 7166	19,4336 1727	19,6550 8328	19,8797 1685	20,1075 6586	20,3386 7888	20,5731 0526	20,8108 9504	21,0520 9907
20	20,2392 9075	20,4822 0131	20,7287 8984	20,9791 1544	21,2332 3814	21,4912 1897	21,7531 1993	22,0190 0399	22,2889 3519
21	21,2645 8986	21,5334 0682	21,8065 2280	22,0840 1101	22,3659 4588	22,6524 0312	22,9434 5973	23,2391 9403	23,5396 8571
22	22,2911 7060	22,5872 4033	22,8882 9727	23,1944 3107	23,5057 3304	23,8222 9614	24,1442 1500	24,4715 8598	24,8045 0717
23	23,3190 3456	23,6437 0843	23,9741 2838	24,3104 0322	24,6526 4387	25,0009 6336	25,3554 7688	25,7163 0183	26,0835 5788
24	24,3481 8336	24,7028 1770	25,0640 3136	25,4319 5524	25,8067 2290	26,1884 7059	26,5773 3730	26,9734 6485	27,3769 9790
25	25,3786 1859	25,7645 7475	26,1580 2148	26,5591 1502	26,9680 1492	27,3848 8412	27,8098 8900	28,2431 9950	28,6849 8913
26	26,4103 4186	26,8289 8619	27,2561 1406	27,6919 1059	28,1365 6501	28,5902 7075	29,0532 2553	29,5256 3150	30,0076 9526
27	27,4433 5479	27,8960 5865	28,3583 2449	28,8303 7015	29,3124 1854	29,8046 9778	30,3074 4126	30,8208 8781	31,3452 8183
28	28,4776 5898	28,9657 9880	29,4646 6820	29,9745 2200	30,4956 2116	31,0282 3301	31,5726 3137	32,1290 9669	32,6979 1625
29	29,5132 5606	30,0382 1330	30,5751 6071	31,1243 9461	31,6862 1879	32,2609 4476	32,8488 9189	33,4503 8766	34,0657 6781
30	30,5501 4763	31,1133 0883	31,6898 1756	32,2800 1658	32,8842 5766	33,5029 0184	34,1363 1970	34,7848 9153	35,4490 0769
31	31,5883 3531	32,1910 9210	32,8086 5438	33,4414 1665	34,0897 8427	34,7541 7361	35,4350 1249	36,1327 4045	36,8478 0903
32	32,6278 2073	33,2715 6983	33,9316 8683	34,6086 2375	35,3028 4542	36,0148 2991	36,7450 6885	37,4940 6785	38,2623 4688
33	33,6686 0550	34,3547 4876	35,0589 3066	35,7816 6686	36,5234 8820	37,2849 4113	38,0665 8820	38,8690 0853	39,6927 9829
34	34,7106 9126	35,4406 3563	36,1904 0165	36,9605 7520	37,7517 6000	38,5645 7819	39,3996 7085	40,2576 9862	41,1393 4227
35	35,7540 7963	36,5292 3722	37,3261 1565	38,1453 7807	38,9877 0850	39,8538 1253	40,7444 1797	41,6602 7560	42,6021 5987
36	36,7987 7223	37,6205 6031	38,4660 8859	39,3361 0496	40,2313 8168	41,1527 1612	42,1009 3163	43,0768 7836	44,0814 3417
37	37,8447 7069	38,7146 1171	39,6103 3642	40,5327 8549	41,4828 2782	42,4613 6149	43,4693 1478	44,5076 4714	45,5773 5030
38	38,8920 7665	39,8113 9824	40,7588 7518	41,7354 4942	42,7420 9549	43,7798 2170	44,8496 7128	45,9527 2361	47,0900 9549
39	39,9406 9175	40,9109 2673	41,9117 2096	42,9441 2666	44,0092 3359	45,1081 7037	46,2421 0591	47,4122 5085	48,6198 5906
40	40,9906 1761	42,0132 0405	43,0688 8992	44,1588 4730	45,2842 9130	46,4464 8164	47,6467 2433	48,8863 7336	50,1668 3248
41	42,0418 5589	43,1182 3706	44,2303 9825	45,3796 4153	46,5673 1812	47,7948 3026	49,0636 3317	50,3752 3709	51,7312 0934
42	43,0944 0821	44,2260 3265	45,3962 6225	46,6065 3974	47,8583 6386	49,1532 9148	50,4929 3996	51,8789 8946	53,3131 8545
43	44,1482 7622	45,3365 9773	46,5664 9823	47,8395 7244	49,1574 7863	50,5219 4117	51,9347 5319	53,3977 7936	54,9129 5879
44	45,2034 6156	46,4499 3923	47,7411 2260	49,0787 7030	50,4647 1287	51,9008 5573	53,3891 8228	54,9317 5715	56,5307 2957
45	46,2599 6589	47,5660 6408	48,9201 5181	50,3241 6415	51,7801 1733	53,2901 1215	54,8563 3762	56,4810 7472	58,1667 0028
46	47,3177 9085	48,6849 7924	50,1036 0238	51,5757 8497	53,1037 4306	54,6897 8799	56,3363 3058	58,0458 8547	59,8210 7566
47	48,3769 3808	49,8066 9169	51,2914 9089	52,8336 6390	54,4356 4146	56,0999 6140	57,8292 7347	59,6263 4432	61,4940 6276
48	49,4374 0926	50,9312 0842	52,4838 3398	54,0978 3222	55,7758 6421	57,5207 1111	59,3352 7961	61,2226 0777	63,1858 7097
49	50,4992 0602	52,0585 3644	53,6806 4836	55,3683 2138	57,1244 6337	58,9521 1644	60,8544 6331	62,8348 3385	64,8967 1201
50	51,5623 3003	53,1886 8278	54,8819 5079	56,6451 6299	58,4814 9126	60,3942 5732	62,3869 3986	64,4631 8218	66,6268 0002
51	52,6267 8294	54,3216 5449	56,0877 5810	57,9283 8880	59,8470 0058	61,8472 1424	63,9328 2559	66,1078 1401	68,3763 5152
52	53,6925 6642	55,4574 5862	57,2980 8720	59,2180 3075	61,2210 4434	63,3110 6835	65,4922 3781	67,7688 9215	70,1455 8548
53	54,7596 8213	56,5961 0227	58,5129 5502	60,5141 2090	62,6036 7586	64,7859 0136	67,0652 9489	69,4465 8107	71,9347 2332
54	55,8281 3173	57,7375 9252	59,7323 7860	61,8166 9150	63,9949 4884	66,2717 9562	68,6521 1622	71,1410 4688	73,7439 8895
55	56,8979 1689	58,8819 3650	60,9563 7502	63,1257 7496	65,3949 1727	67,7688 3409	70,2528 2224	72,8524 5735	75,5736 0883
56	57,9690 3929	60,0291 4135	62,1849 6143	64,4414 0384	66,8036 3550	69,2771 0035	71,8675 3443	74,5809 8192	77,4238 1193
57	59,0415 0059	61,1792 1420	63,4181 5504	65,7636 1086	68,2211 5822	70,7966 7860	73,4963 7536	76,3267 9174	79,2948 2981
58	60,1153 0246	62,3321 6223	64,6559 7312	67,0924 2891	69,6475 4046	72,3276 5369	75,1394 6864	78,0900 5966	81,1868 9665
59	61,1904 4659	63,4879 9264	65,8984 3302	68,4278 9105	71,0828 3759	73,8701 1109	76,7969 3900	79,8709 6025	83,1002 4923
60	62,2669 3465	64,6467 1262	67,1455 5214	69,7700 3051	72,5271 0532	75,4241 3693	78,4689 1221	81,6696 6986	85,0351 2704

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{3}{8}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$1\frac{5}{8}\%$	$1\frac{3}{4}\%$	$1\frac{7}{8}\%$	2%	$2\frac{1}{8}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0125 0000	2,0137 5000	2,0150 0000	2,0162 5000	2,0175 0000	2,0187 5000	2,0200 0000	2,0212 5000
3	3,0376 5625	3,0414 3906	3,0452 2500	3,0490 1406	3,0528 0625	3,0566 0156	3,0604 0000	3,0642 0156
4	4,0756 2695	4,0832 5885	4,0909 0337	4,0985 6054	4,1062 3036	4,1139 1284	4,1216 0800	4,1293 1585
5	5,1265 7229	5,1394 0366	5,1522 6693	5,1651 6215	5,1780 8939	5,1910 4871	5,2040 4016	5,2170 6381
6	6,1906 5444	6,2100 7046	6,2295 5093	6,2490 9603	6,2687 0596	6,2883 8087	6,3081 2096	6,3279 2641
7	7,2680 3762	7,2954 5893	7,3229 9419	7,3506 4385	7,3784 0831	7,4062 8802	7,4342 8338	7,4623 9485
8	8,3588 8809	8,3957 7149	8,4328 3911	8,4700 9181	8,5075 3045	8,5451 5591	8,5829 6905	8,6209 7074
9	9,4633 7420	9,5112 1335	9,5593 3169	9,6077 3080	9,6564 1224	9,7053 7759	9,7546 2843	9,8041 6637
10	10,5816 6637	10,6419 9253	10,7027 2167	10,7638 5642	10,8253 9945	10,8873 5342	10,9497 2100	11,0125 0490
11	11,7139 3720	11,7883 1993	11,8632 6249	11,9387 6909	12,0148 4394	12,0914 9129	12,1687 1542	12,2465 2063
12	12,8603 6142	12,9504 0933	13,0412 1143	13,1327 7409	13,2251 0371	13,3182 0675	13,4120 8973	13,5067 5920
13	14,0211 1594	14,1284 7745	14,2368 2960	14,3461 8167	14,4565 4303	14,5679 2313	14,6803 3152	14,7937 7783
14	15,1963 7988	15,3227 4402	15,4503 8205	15,5793 0712	15,7095 3253	15,8410 7169	15,9739 3815	16,1081 4561
15	16,3863 3463	16,5334 3175	16,6821 3778	16,8324 7086	16,9844 4935	17,1380 9178	17,2934 1692	17,4504 4370
16	17,5911 6382	17,7607 6644	17,9323 6984	18,1059 9851	18,2816 7721	18,4594 3100	18,6392 8525	18,8212 6563
17	18,8110 5336	19,0049 7697	19,2013 5539	19,4002 2098	19,6016 0656	19,8055 4534	20,0120 7096	20,2212 1753
18	20,0461 9153	20,2662 9541	20,4893 7572	20,7154 7458	20,9446 3468	21,1768 9931	21,4123 1238	21,6509 1840
19	21,2967 6893	21,5449 5697	21,7967 1636	22,0521 0104	22,3111 6578	22,5739 6617	22,8405 5863	23,1110 0041
20	22,5629 7854	22,8412 0013	23,1236 6710	23,4104 4768	23,7016 1119	23,9972 2804	24,2973 6980	24,6021 0917
21	23,8450 1577	24,1552 6663	24,4705 2211	24,7908 6746	25,1163 8938	25,4471 7606	25,7833 1719	26,1249 0399
22	25,1430 7847	25,4874 0155	25,8375 7994	26,1937 1905	26,5559 2620	26,9243 1062	27,2989 8354	27 6800 5820
23	26,4573 6695	26,8378 5332	27,2251 4364	27,6193 6699	28,0206 5490	28,4291 4144	28,8449 6321	29,2682 5944
24	27,7880 8403	28,2068 7380	28,6335 2080	29,0681 8170	29,5110 1637	29,9621 8784	30,4218 6247	30,8902 0995
25	29,1354 3508	29,5947 1832	30,0630 2361	30,5405 3966	31,0274 5915	31,5239 7886	32,0302 9972	32,5466 2691
26	30,4996 2802	31,0016 4569	31,5139 6896	32,0368 2343	32,5704 3969	33,1150 5347	33,6709 0572	34,2382 4274
27	31,8808 7337	32,4279 1832	32,9866 7850	33,5574 2181	34,1404 2238	34,7359 6072	35,3443 2383	35,9658 0539
28	33,2793 8429	33,8738 0220	34,4814 7867	35,1027 2991	35,7378 7977	36,3872 5998	37,0512 1031	37,7300 7876
29	34,6953 7659	35,3395 6598	35,9987 0085	36,6731 4927	37,3632 9267	38,0695 2111	38,7922 3451	39,5318 4293
30	36,1290 6880	36,8254 8602	37,5386 8137	38,2690 8795	39,0171 5029	39,7833 2463	40,5680 7920	41,3718 9459
31	37,5806 8216	38,3318 3646	39,1017 6159	39,8909 6063	40,6999 5042	41,5292 6197	42,3794 4079	43,2510 4735
32	39,0504 4069	39,8588 9921	40,6882 8801	41,5391 8874	42,4121 9955	43,3079 3563	44,2270 2960	45,1701 3211
33	40,5385 7120	41,4069 5907	42,2986 1233	43,2142 0055	44,1544 1305	45,1199 5942	46,1115 7020	47,1299 9742
34	42,0453 0334	42,9763 0476	43,9330 9152	44,9164 3131	45,9271 1527	46,9659 5866	48,0338 0160	49,1315 0986
35	43,5708 6963	44,5672 2895	45,5920 8789	46,6463 2332	47,7308 3979	48,8465 7038	49,9944 7763	51,1755 5445
36	45,1155 0550	46,1800 2835	47,2759 6921	48,4043 2607	49,5661 2949	50,7624 4358	51,9943 6718	53,2630 3498
37	46,6794 4932	47,8150 0374	48,9851 0874	50,1908 9637	51,4335 3675	52,7142 3940	54,0342 5453	55,3948 7447
38	48,2629 4243	49,4724 6004	50,7198 8538	52,0064 9844	53,3336 2365	54,7026 3138	56,1149 3962	57,5720 1556
39	49,8662 2921	51,1527 0636	52,4806 8366	53,8516 0404	55,2669 6206	56,7283 0572	58,2372 3841	59,7954 2089
40	51,4895 5708	52,8560 5608	54,2678 9391	55,7266 9261	57,2341 3390	58,7919 6146	60,4019 8318	62,0660 7358
41	53,1331 7654	54,5828 2685	56,0819 1232	57,6322 5136	59,2357 3124	60,8943 1075	62,6100 2284	64,3849 7764
42	54,7973 4125	56,3333 4072	57,9231 4100	59,5687 7544	61,2723 5654	63,0360 7906	64,8622 2330	66,7531 5842
43	56,4823 0801	58,1079 2415	59,7919 8812	61,5367 6805	63,3446 2278	65,2180 0554	67,1594 6776	69,1716 6304
44	58,1883 3687	59,9069 0811	61,6888 6794	63,5367 4053	65,4531 5367	67,4408 4315	69,5026 5712	71,6415 6087
45	59,9156 9103	61,7305 2810	63,6142 0096	65,5692 1256	67,5985 8386	69,7053 5895	71,8927 1026	74,1639 4404
46	61,6646 3721	63,5794 2423	65,5684 1398	67,6347 1226	69,7815 5908	72,0123 3441	74,3305 6447	76,7399 2785
47	63,4354 4518	65,4536 4131	67,5519 4018	69,7337 7634	72,0027 3637	74,3625 6571	76,8171 7576	79,3706 5132
48	65,2283 8824	67,3536 2888	69,5652 1929	71,8669 5020	74,2627 8425	76,7568 6381	79,3535 1927	82,0572 7766
49	67,0437 4310	69,2797 4128	71,6086 9758	74,0347 8814	76,5623 8298	79,1960 5501	81,9405 8966	84,8009 9481
50	68,8817 8989	71,2323 3772	73,6828 2804	76,2378 5345	78,9022 2468	81,6809 8104	84,5794 0145	87,6030 1595
51	70,7428 1226	73,2117 8237	75,7880 7046	78,4767 1857	81,2830 1361	84,2124 9943	87,2709 8948	90,4645 8004
52	72,6270 9741	75,2184 4437	77,9248 9152	80,7519 6525	83,7054 6635	86,7914 8380	90,0164 0927	93,3869 5237
53	74,5349 3613	77,2526 9798	80,0937 6489	83,0641 8468	86,1703 1201	89,4188 2412	92,8167 3745	96,3714 2510
54	76,4666 2283	79,3149 2258	82,2951 7136	85,4139 7768	88,6782 9247	92,0954 2707	95,6730 7220	99,4193 1789
55	78,4224 5562	81,4055 0277	84,5295 9893	87,8019 5482	91,2301 6259	94,8222 1633	98,5865 3365	102,5319 7839
56	80,4027 3631	83,5248 2843	86,7975 4292	90,2287 3659	93,8266 9043	97,6001 3289	101,5582 6432	105,7107 8293
57	82,4077 7052	85,6732 9482	89,0995 0606	92,6949 5356	96,4686 5752	100,4301 3538	104,5894 2961	108,9571 3707
58	84,4378 6765	87,8513 0262	91,4359 9865	95,2012 4655	99,1568 5902	103,3132 0042	107,6812 1820	112,2724 7623
59	86,4933 4099	90,0592 5804	93,8075 3863	97,7482 6681	101,8921 0405	106,2503 2293	110,8348 4256	115,6582 6635
60	88,5745 0776	92,2975 7283	96,2146 5171	100,3366 7614	104,6752 1588	109,2425 1648	114,0515 3941	119,1160 0451

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$2\frac{1}{4}\%$	$2\frac{3}{8}\%$	$2\frac{1}{2}\%$	$2\frac{5}{8}\%$	$2\frac{3}{4}\%$	$2\frac{7}{8}\%$	3%	$3\frac{1}{8}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0225 0000	2,0237 5000	2,0250 0000	2,0262 5000	2,0275 0000	2,0287 5000	2,0300 0000	2,0312 5000
3	3,0680 0625	3,0718 1406	3,0756 2500	3,0794 3906	3,0832 5625	3,0870 7656	3,0909 0000	3,0947 2655
4	4,1370 3639	4,1447 6965	4,1525 1562	4,1602 7434	4,1680 4580	4,1758 3001	4,1836 2700	4,1914 3677
5	5,2301 1971	5,2432 0793	5,2563 2852	5,2694 8154	5,2826 6706	5,2958 8513	5,3091 3581	5,3224 1917
6	6,3477 9740	6,3677 3411	6,3877 3673	6,4078 0543	6,4279 4040	6,4481 4182	6,4684 0988	6,4887 4477
7	7,4906 2284	7,5189 6780	7,5474 3015	7,5760 1032	7,6047 0876	7,6335 2590	7,6624 6218	7,6915 1804
8	8,6591 6186	8,6975 4328	8,7361 1590	8,7748 8059	8,8138 3825	8,8529 8977	8,8923 3605	8,9318 7798
9	9,8539 9300	9,9041 0994	9,9545 1880	10,0052 2121	10,0562 1880	10,1075 1323	10,1591 0613	10,2109 9916
10	11,0757 0784	11,1393 3255	11,2033 8177	11,2678 5827	11,3327 6482	11,3981 0423	11,4638 7931	11,5300 9289
11	12,3249 1127	12,4038 9170	12,4834 6631	12,5636 3954	12,6444 1585	12,7257 9973	12,8077 9569	12,8904 0829
12	13,6022 2177	13,6984 8412	13,7955 5297	13,8934 3508	13,9921 3729	14,0916 6647	14,1920 2956	14,2932 3355
13	14,9082 7176	15,0238 2312	15,1404 4179	15,2581 3776	15,3769 2107	15,4968 0188	15,6177 9045	15,7398 9710
14	16,2437 0788	16,3806 3892	16,5189 5284	16,6586 6387	16,7997 8639	16,9423 3494	17,0863 2416	17,2317 6888
15	17,6091 9130	17,7696 7910	17,9319 2666	18,0959 5380	18,2617 8052	18,4294 2707	18,5989 1389	18,7702 6166
16	19,0053 9811	19,1917 0897	19,3802 2483	19,5709 7258	19,7639 7948	19,9592 7309	20,1568 8130	20,3568 3234
17	20,4330 1957	20,6475 1206	20,8547 3045	21,0847 1061	21,3074 8892	21,5331 0220	21,7615 8774	21,9929 8335
18	21,8927 6251	22,1378 9047	22,3863 4871	22,6381 8427	22,8934 4487	23,1521 7888	23,4144 3537	23,6802 6408
19	23,3853 4966	23,6636 6537	23,9460 0743	24,2324 3660	24,5230 1460	24,8178 0403	25,1168 6844	25,4202 7233
20	24,9115 2003	25,2256 7742	25,5446 5761	25,8685 3807	26,1973 9750	26,5313 1589	26,8703 7449	27,2146 5584
21	26,4720 2923	26,8247 8726	27,1832 7405	27,5475 8719	27,9178 2593	28,2940 9122	28,6764 8572	29,0651 1384
22	28,0676 4989	28,4618 7596	28,8628 5590	29,2707 1135	29,6855 6615	30,1075 4635	30,5367 8030	30,9723 9864
23	29,6991 7201	30,1378 4552	30,5844 2730	31,0390 6753	31,5019 1921	31,9731 3830	32,4528 8370	32,9413 1735
24	31,3674 0338	31,8536 1935	32,3490 3798	32,8538 4305	33,3682 2199	33,8923 6603	34,4264 7022	34,9707 3352
25	33,0731 6996	33,6101 4281	34,1577 6393	34,7162 5643	35,2858 4810	35,8667 7155	36,4592 6432	37,0635 6894
26	34,8173 1628	35,4083 8370	36,0117 0803	36,6275 5816	37,2562 0892	37,8979 4124	38,5530 4225	39,2218 0547
27	36,6007 0590	37,2493 3281	37,9120 0073	38,5890 3156	39,2807 5467	39,9875 0705	40,7096 3352	41,4474 8689
28	38,4242 2178	39,1340 0446	39,8598 0075	40,6019 9364	41,3609 7542	42,1371 4787	42,9309 2252	43,7427 2086
29	40,2887 6677	41,0634 3707	41,8562 9577	42,6677 9597	43,4984 0224	44,3485 9088	45,2188 5020	46,1096 8088
30	42,1952 6402	43,0386 9370	43,9027 0316	44,7878 2562	45,6946 0830	46,6236 1286	47,5754 1571	48,5506 0841
31	44,1446 5746	45,0608 6268	46,0002 7074	46,9635 0604	47,9512 1003	48,9640 4173	50,0026 7818	51,0678 1492
32	46,1379 1226	47,1310 5817	48,1502 7751	49,1962 9807	50,2698 6831	51,3717 5793	52,5027 5852	53,6636 8414
33	48,1760 1528	49,2504 2080	50,3540 3445	51,4877 0090	52,6522 8969	53,8486 9597	55,0778 4128	56,3406 7427
34	50,2599 7563	51,4201 1829	52,6128 8531	53,8392 5305	55,1002 2765	56,3968 4598	57,7301 7652	59,1013 2034
35	52,3908 2508	53,6413 4610	54,9282 0744	56,2525 3344	57,6154 8391	59,0182 5531	60,4620 8181	61,9482 3660
36	54,5696 1864	55,9153 2807	57,3014 1263	58,7291 6244	60,1999 0972	61,7150 3015	63,2759 4427	64,8841 1899
37	56,7974 3506	58,2433 1711	59,7339 4794	61,2708 0296	62,8554 0724	64,4893 3726	66,1742 2259	67,9117 4771
38	59,0753 7735	60,6265 9589	62,2272 9664	63,8791 6153	65,5839 3094	67,3434 0571	69,1594 4927	71,0339 8983
39	61,4045 7334	63,0664 7755	64,7829 7906	66,5559 8952	68,3874 8904	70,2795 2862	72,2342 3275	74,2538 0201
40	63,7861 7624	65,5643 0639	67,4025 5354	69,3030 8425	71,2681 4499	73,3000 6507	75,4012 5973	77,5742 3332
41	66,2213 6521	68,1214 5866	70,0876 1737	72,1222 9021	74,2280 1898	76,4074 4194	78,6632 9753	80,9984 2812
42	68,7113 4592	70,7393 4331	72,8398 0781	75,0155 0033	77,2692 8950	79,6041 5590	82,0231 9645	84,5296 2899
43	71,2573 5121	73,4194 0271	75,6608 0300	77,9846 5721	80,3941 9496	82,8927 7538	85,4838 9234	88,1711 7990
44	73,8606 4161	76,1631 1352	78,5523 2308	81,0317 5446	83,6050 3532	86,2759 4267	89,0484 0911	91,9265 2927
45	76,5225 0505	78,9719 8747	81,5161 3116	84,1588 3802	86,9041 7379	89,7563 7602	92,7198 6139	95,7992 3331
46	79,2442 6243	81,8475 7217	84,5540 3443	87,3680 0752	90,2940 3857	93,3368 7183	96,5014 5723	99,7929 5935
47	82,0272 5834	84,7914 5201	87,6678 8529	90,6614 1771	93,7771 2463	97,0203 0690	100,3965 0095	103,9114 8933
48	84,8728 7164	87,8052 4900	90,8595 8243	94,0412 7993	97,3559 9556	100,8096 4072	104,4083 9598	108,1587 2337
49	87,7825 1126	90,8906 2366	94,1310 7199	97,5098 6353	101,0332 8544	104,7079 1789	108,5406 4785	112,5386 8348
50	90,7576 1776	94,0492 7597	97,4843 4879	101,0694 9745	104,8117 0079	108,7182 7053	112,7968 6729	117,0555 1734
51	93,7996 6417	97,2829 4628	100,9214 5751	104,7225 7175	108,6940 2256	112,8439 2081	117,1807 7331	121,7135 0226
52	96,9101 5661	100,5934 1625	104,4444 9395	108,4715 3926	112,6831 0818	117,0881 8353	121,6961 9651	126,5170 4920
53	100,0906 3513	103,9825 0989	108,0556 0629	112,3189 1717	116,7818 9365	121,4544 6881	126,3470 8240	131,4707 0699
54	103,3426 7442	107,4520 9450	111,7569 9645	116,2672 8874	120,9933 9573	125,9462 8479	131,1374 9488	136,5791 6655
55	106,6678 8460	111,0040 8174	115,5509 2136	120,3193 0507	125,3207 1411	130,5672 4047	136,0716 1972	141,8472 6554
56	110,0679 1200	114,6404 2868	119,4396 9440	124,4776 8683	129,7670 3374	135,3210 4864	141,1537 6831	147,2799 9259
57	113,5444 4002	118,3631 3886	123,4256 8676	128,7452 2611	134,3356 2718	140,2115 2879	146,3883 8136	152,8824 9235
58	117 0991 8992	122,1742 6341	127,5113 2893	133,1247 8829	139,0298 5692	145,2426 1024	151,7800 3280	158,6600 7024
59	120,7339 2169	126,0759 0217	131,6991 1215	137,6193 1399	143,8531 7799	150,4183 3528	157,3334 3379	164,6181 9744
60	124,4504 3493	130,0702 0485	135,9915 8995	142.2318 2098	148,8091 4038	155,7428 6242	163,0534 3680	170,7625 1611

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$3\frac{1}{4}\%$	$3\frac{3}{8}\%$	$3\frac{1}{2}\%$	$3\frac{5}{8}\%$	$3\frac{3}{4}\%$	$3\frac{7}{8}\%$	4%	$4\frac{1}{8}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0325 0000	2,0337 5000	2,0350 0000	2,0362 5000	2,0375 0000	2,0387 5000	2,0400 0000	2,0412 5000
3	3,0985 5625	3,1023 8906	3,1062 2500	3,1100 6406	3,1139 0625	3,1177 5156	3,1216 0000	3,1254 5156
4	4,1992 5933	4,2070 9469	4,2149 4287	4,2228 0388	4,2306 7773	4,2385 6444	4,2464 6400	4,2543 7644
5	5,3357 3526	5,3490 8414	5,3624 6588	5,3758 8053	5,3893 2815	5,4028 0881	5,4163 2256	5,4298 6947
6	6,5091 4665	6,5296 1573	6,5501 5218	6,5707 5619	6,5914 2796	6,6121 6765	6,6329 7546	6,6538 5158
7	7,7206 9392	7,7499 9026	7,7794 0751	7,8089 4611	7,8386 0650	7,8683 8915	7,8982 9448	7,9283 2296
8	8,9716 1647	9,0115 5243	9,0516 8677	9,0920 2040	9,1325 5425	9,1732 8922	9,2142 2626	9,2553 6628
9	10,2631 9401	10,3156 9233	10,3684 9581	10,4216 0614	10,4750 2503	10,5287 5418	10,5827 9531	10,6371 5014
10	11,5967 4781	11,6638 4694	11,7313 9316	11,7993 8937	11,8678 3847	11,9367 4341	12,0061 0712	12,0759 3259
11	12,9736 4212	13,0575 0178	13,1419 9192	13,2271 1723	13,3128 8241	13,3992 9221	13,4863 5141	13,5740 6480
12	14,3952 8548	14,4981 9246	14,6019 6164	14,7066 0023	14,8121 1550	14,9185 1479	15,0258 0546	15,1339 9498
13	15,8631 3226	15,9875 0646	16,1130 3030	16,2397 1449	16,3675 6983	16,4966 0723	16,6268 3768	16,7582 7227
14	17,3786 8406	17,5270 8480	17,6769 8636	17,8284 0413	17,9813 5370	18,1358 5077	18,2919 1119	18,4495 5100
15	18,9434 9129	19.1186 2391	19,2956 8088	19,4746 8379	19,6556 5447	19,8386 1498	20,0235 8764	20,2105 9498
16	20,5591 5476	20,7638 7747	20,9710 2971	21,1806 4108	21,3927 4157	21,6073 6131	21,8245 3114	22,0442 8202
17	22,2273 2729	22,4646 5833	22,7050 1575	22,9484 3931	23,1949 6932	23,4446 4656	23,6975 1239	23,9536 0866
18	23,9497 1543	24,2228 4055	24,4996 9130	24,7803 2024	25,0647 8067	25,3531 2662	25,6454 1288	25,9416 9501
19	25,7280 8118	26,0403 6142	26,3571 8050	26,6786 0685	27,0047 0994	27,3355 6027	27,6712 2940	28,0117 8993
20	27,5642 4382	27,9192 2362	28,2796 8181	28,6457 0635	29,0173 8656	29,3948 1324	29,7780 7858	30,1672 7627
21	29,4600 8174	29,8614 9742	30,2694 7068	30,6841 1320	31,1055 3856	31,5336 6225	31,9692 0172	32,4116 7641
22	31,4175 3440	31,8693 2295	32,3289 0215	32,7964 1231	33,2719 9626	33,7557 9941	34,2479 6979	34,7486 5807
23	33,4386 0426	33,9449 1260	34,4604 1373	34,9852 8225	35,5196 9612	36,0638 3664	36,6178 8858	37,1820 4021
24	35,5253 5890	36,0905 5340	36,6665 2821	37,2534 9873	37,8516 8472	38,4613 1031	39,0826 0412	39,7157 9937
25	37,6799 3307	38,3086 0958	38,9498 5669	39,6039 3806	40,2711 2290	40,9516 8608	41,6459 0829	42,3540 7609
26	39,9045 3089	40,6015 2515	41,3131 0168	42,0395 8082	42,7812 9001	43,5385 6392	44,3117 4462	45,1011 8173
27	42,2014 2815	42,9718 2663	43,7590 6024	44,5635 1562	45,3855 8838	46,2256 8327	47,0842 1440	47,9616 0548
28	44,5729 7456	45,4221 2578	46,2906 2734	47,1789 4306	48,0875 4794	49,0169 2850	49,9675 8298	50,9400 2171
29	47,0215 9623	47,9551 2252	48,9107 9930	49,8891 7975	50,8908 3099	51,9163 3447	52,9662 8630	54,0412 9760
30	49,5497 9811	50,5736 0791	51,6226 7728	52,6976 6251	53,7992 3715	54,9280 9244	56,0849 3775	57,2705 0113
31	52,1601 6655	53,2804 6717	54,4294 7098	55,6079 5278	56,8167 0855	58,0565 5602	59,3283 3526	60,6329 0930
32	54,8553 7196	56,0786 8294	57,3345 0247	58,6237 4107	59,9473 3512	61,3062 4756	62,7014 6867	64,1340 1681
33	57,6381 7155	58,9713 3849	60,3412 1005	61,7488 5168	63,1953 6019	64,5818 6466	66,2095 2742	67,7795 4500
34	60,5114 1213	61,9616 2116	63,4531 5240	64,9872 4756	66,5651 8619	68,1882 8691	69,8579 0851	71,5754 5123
35	63,4780 3302	65,0528 2588	66,6740 1274	68,3430 3528	70,0613 8067	71,8305 8303	73,6522 2486	75,5279 3860
36	66,5410 6909	68,2483 5875	70,0076 0318	71,8204 7031	73,6886 8245	75,6140 1812	77,5983 1385	79,6434 6606
37	69,7036 5384	71,5517 4086	73,4578 6930	75,4239 6236	77,4520 0804	79,5440 6132	81,7022 4640	83,9287 5904
38	72,9690 2259	74,9666 1211	77,0288 9472	79,1580 8099	81,3564 5834	83,6263 9370	85,9703 3626	88,3908 2035
39	76,3405 1582	78,4967 3527	80,7249 0604	83,0275 6143	85,4073 2553	87,8669 1646	90,4091 4971	93,0369 4169
40	79,8215 8259	82,1460 0009	84,5502 7775	87,0373 1053	89,6101 0024	92,2717 5947	95,0255 1570	97,8747 1553
41	83,4157 8402	85,9184 2759	88,5095 3747	91,1924 1304	93,9704 7900	96,8472 9015	99,8265 3633	102,9120 4755
42	87,1267 9700	89,8181 7452	92,6073 7128	95,4981 3801	98,4943 7196	101,6001 2264	104,8195 9778	108,1571 6951
43	90,9584 1791	93,8495 3791	96,8486 2928	99,9599 4551	103,1879 1091	106,5371 2739	110,0123 8169	113,6186 5275
44	94,9145 6649	98,0169 5982	101,2383 3130	104,5834 9354	108,0574 5757	111,6654 4108	115,4128 7696	119,3054 2218
45	98,9992 8990	102,3250 3221	105,7816 7290	109,3746 4518	113,1096 1223	116,9924 7692	121,0293 9204	125,2267 7084
46	103,2167 6682	106,7785 0205	110,4840 3145	114,3394 7607	118,3512 2269	122,5259 3540	126,8705 6772	131,3923 7514
47	107,5713 1174	111,3822 7649	115,3509 7255	119,4842 8207	123,7893 9354	128,2738 1540	132,9453 9043	137,8123 1061
48	112,0673 7937	116,1414 2832	120,3882 5659	124,8155 8730	129,4314 9579	134,2444 2575	139,2632 0604	144,4970 6843
49	116,7095 6920	121,0612 0153	125,6018 4557	130,3401 5234	135,2851 7689	140,4463 9724	145,8337 3429	151,4575 7250
50	121,5026 3020	126,1470 1708	130,9979 1016	136,0649 8286	141,3583 7102	146,8886 9514	152,6670 8366	158,7051 9736
51	126,4514 6568	131,4044 7891	136,5828 3702	141,9973 3849	147,6593 0993	153,5806 3207	159,7737 6700	166,2517 8676
52	131,5611 3832	136,8393 8007	142,3632 3631	148,1447 4201	154,1965 3405	160,5318 8157	167,1647 1768	174,1096 7296
53	136,8368 7531	142,4577 0915	148,3459 4958	154,5149 8891	160,9789 0408	167,7524 9198	174,8513 0639	182,2916 9697
54	142,2840 7376	148,2656 5683	154,5380 5782	161,1161 5725	168,0156 1298	175,2529 0104	182,8453 5865	190,8112 2947
55	147,9083 0616	154,2696 2275	160,9468 8984	167,9566 1796	175,3161 9847	183,0439 5096	191,1591 7299	199,6821 9269
56	153,7153 2611	160,4762 2252	167,5800 3099	175,0450 4536	182,8905 5591	191,1369 0406	199,8055 3991	208,9190 8313
57	159,7110 7420	166,8922 9503	174,4453 3207	182,3904 2825	190,7489 5175	199,5434 5909	208,7977 6151	218,5369 9531
58	165,9016 8412	173,5249 0998	181,5509 1869	190,0020 8127	198,9020 3745	208,2757 6813	218,1496 7197	228,5516 4637
59	172,2934 8885	180,3813 7570	188,9052 0085	197,8896 5672	207,3608 6386	217,3464 5414	227,8756 5885	238,9794 0178
60	178,8930 2724	187,4692 4712	196,5168 8288	206,0631 5678	216,1368 9625	226,7686 2924	237,9906 8520	249,8373 0211

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$4\frac{1}{4}\%$	$4\frac{3}{8}\%$	$4\frac{1}{2}\%$	$4\frac{5}{8}\%$	$4\frac{3}{4}\%$	$4\frac{7}{8}\%$	5%	$5\frac{1}{8}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0425 0000	2,0437 5000	2,0450 0000	2,0462 5000	2,0475 0000	2,0487 5000	2,0500 0000	2,0512 5000
3	3,1293 0625	3,1331 6406	3,1370 2500	3,1408 8906	3,1447 5625	3,1486 2656	3,1525 0000	3,1563 7656
4	4,2623 0177	4,2702 3999	4,2781 9112	4,2861 5518	4,2941 3217	4,3021 2211	4,3101 2500	4,3181 4086
5	5,4434 4959	5,4570 6299	5,4707 0973	5,4843 8986	5,4981 0345	5,5118 5056	5,5256 3125	5,5394 4558
6	6,6747 9620	6,6958 0950	6,7168 9166	6,7380 4289	6,7592 6336	6,7805 5327	6,8019 1281	6,8233 4217
7	7,9584 7504	7,9887 5116	8,0191 5179	8,0496 7737	8,0803 2837	8,1111 0525	8,1420 0845	8,1730 3845
8	9,2967 1023	9,3382 5902	9,3800 1362	9,4219 7495	9,4641 4397	9,5065 2163	9,5491 0888	9,5919 0667
9	10,6918 2041	10,7468 0786	10,8021 1423	10,8577 4129	10,9136 9081	10,9699 6456	11,0265 6432	11,0834 9189
10	12,1462 2278	12,2169 8070	12,2882 0937	12,3599 1183	12,4320 9112	12,5047 5033	12,5778 9254	12,6515 2085
11	13,6624 3725	13,7514 7361	13,8411 7879	13,9315 5775	14,0226 1545	14,1143 5691	14,2067 8716	14,2999 1129
12	15,2430 9083	15,3531 0058	15,4640 3184	15,5758 9230	15,6886 8969	15,8024 3181	15,9171 2652	16,0327 8175
13	16,8909 2219	17,0247 9873	17,1599 1327	17,2962 7731	17,4339 0245	17,5728 0036	17,7129 8285	17,8544 6181
14	18,6087 8638	18,7696 3367	18,9321 0937	19,0962 3014	19,2620 1281	19,4294 7438	19,5986 3199	19,7695 0298
15	20,3996 5980	20,5908 0514	20,7840 5429	20,9794 3078	21,1769 5842	21,3766 6125	21,5785 6359	21,7826 8901
16	22,2666 4534	22,4916 5287	22,7193 3673	22,9497 2946	23,1828 6395	23,4187 7349	23,6574 9177	23,8990 5287
17	24,2129 7777	24,4756 6268	24,7417 0689	25,0111 5445	25,2840 4998	25,5604 3869	25,8403 6636	26,1238 7933
18	26,2420 2933	26,5464 7292	26,8550 8370	27,1679 2034	27,4850 4236	27,8065 1008	28,1323 8467	28,4627 2814
19	28,3573 1557	28,7078 8111	29,0635 6246	29,4244 3665	29,7905 8187	30,1620 7745	30,5390 0391	30,9214 4296
20	30,5625 0149	30,9638 5091	31,3714 2277	31,7853 1685	32,2056 3451	32,6324 7872	33,0659 5410	33,5061 6691
21	32,8614 0780	33,3185 1939	33,7831 3680	34,2553 8775	34,7354 0215	35,2233 1206	35,7192 5181	36,2233 5797
22	35,2580 1763	35,7762 0461	36,3033 7795	36,8396 9944	37,3853 3375	37,9404 4852	38,5052 1440	39,0798 0506
23	37,7564 8338	38,3414 1356	38,9370 2996	39,5435 3554	40,1611 3710	40,7900 4539	41,4304 7512	42,0826 4507
24	40,3611 3392	41,0188 5041	41,6891 9631	42,3724 2406	43,0687 9111	43,7785 6010	44,5019 9887	45,2393 8063
25	43,0764 8211	43,8134 2512	44,5652 1014	45,3321 4867	46,1145 5869	46,9127 6491	47,7270 9882	48,5578 9889
26	45,9072 3260	46,7302 6246	47,5706 4460	48,4287 6054	49,3050 0023	50,1997 6220	51,1134 5376	52,0464 9121
27	48,8582 8999	49,7747 1145	50,7113 2361	51,6685 9072	52,6469 8774	53,6470 0060	54,6691 2645	55,7138 7388
28	51,9347 6732	52,9523 5507	53,9933 3317	55,0582 6304	56,1477 1966	57,2622 9188	58,4025 8277	59,5692 0992
29	55,1419 9493	56,2690 2061	57,4230 3316	58,6047 0771	59,8147 3634	61,0538 2861	62,3227 1191	63,6221 3193
30	58,4857 2971	59,7307 9026	61,0070 6966	62,3151 7544	63,6559 3632	65,0302 0276	66,4388 4750	67,8827 6619
31	61,9711 6472	63,3440 1233	64,7523 8779	66,1972 5230	67,6795 9329	69,2004 2514	70,7607 8988	72,3617 5796
32	65,6049 3922	67,1153 1287	68,6662 4524	70,2588 7622	71,8343 7398	73,5739 4587	75,2988 2936	77,0702 9805
33	69,3931 4914	71,0516 0781	72,7562 2628	74,5083 4820	76,3093 5674	78,1606 7573	80,0637 7083	82,0201 5083
34	73,3423 5798	75,1601 1565	77,0302 5646	78,9543 5930	80,9340 5119	82,9710 0867	85,0669 5937	87,2236 8356
35	77,4594 0819	79,4483 7071	81,4966 1800	83,6059 9842	85,7784 1862	88,0158 4534	90,3203 0734	92,6938 9734
36	81,7514 3304	83,9242 3693	86,1639 6581	88,4727 7585	90,8528 9350	93,3066 1780	95,8363 2271	98,4444 5958
37	86,2258 6895	88,5959 2230	91,0413 4427	93,5646 4173	96,1684 0594	98,8553 1542	101,6281 3884	104,4897 3813
38	90,8904 6838	93,4719 9390	96,1382 0476	98,8920 0641	101,7364 0522	104,6745 1205	107,7095 4579	110,8448 3721
39	95,7533 1328	98,5613 9363	101,4644 2398	104,4657 6171	107,5688 8447	110,7773 9451	114,0950 2708	117,5256 3512
40	100,8228 2910	103,8734 5460	107 0303 2306	110,2973 0319	113,6784 0648	117,1777 9249	120,7997 7423	124,5488 2392
41	106,1077 9933	109,4179 1824	112,8466 8759	116,3985 5346	120,0781 3079	123,8902 0988	127,8397 6294	131,9319 5115
42	111,6173 8080	115,2049 5215	118,9247 8854	122,7819 8656	126,7818 4201	130,9298 5761	135,2317 5109	139,6934 6364
43	117,3611 1949	121,2451 6882	125,2764 0402	129,4606 5343	133,8039 7950	138,3126 8817	142,9933 3865	147,8527 5365
44	123,3489 6707	127,5496 4496	131,9138 4220	136,4482 0866	141,1596 6853	146,0554 3171	151,1430 0558	156,4302 0728
45	129,5912 9817	134,1299 4192	138,8499 6510	143,7589 3831	148,8647 5278	154,1756 3401	159,7001 5585	165,4472 5540
46	136,0989 2834	140,9981 2688	146,0982 1353	151,4077 8920	156,9358 2854	162,6916 9617	168,6851 6365	174,9264 2724
47	142,8831 3279	148,1667 9493	153,6726 3314	159,4103 9945	165,3902 8039	171,6229 1636	178,1194 2183	184,8914 0664
48	149,9556 6594	155,6490 9221	161,5879 0163	167,7831 3043	174,2463 1871	180,9895 3353	188,0253 9292	195,3670 9123
49	157,3287 8174	163,4587 3999	169,8593 5720	176,5431 0021	183,5230 1885	190,8127 7329	198,4266 6257	206,3796 5465
50	165,0152 5496	171,6100 5987	178,5030 2828	185,7082 1860	193,2403 6225	201,1148 9599	209,3479 9570	217,9566 1195
51	173,0284 0330	180,1179 9999	187,5356 6455	195,2972 2371	203,4192 7945	211,9192 4716	220,8153 9548	230,1268 8831
52	181,3821 1044	188,9981 6249	196,9747 6946	205,3279 2030	214,0816 9523	223,2503 1046	232,8561 6526	242,9208 9134
53	190,0908 5013	198,2668 3210	206,8386 3408	215,8262 1987	225,2505 7575	235,1337 6310	245,4989 7352	256,3705 8702
54	199,1697 1127	207,9410 0600	217,1463 7261	226,8081 8253	236,9499 7810	247,5965 3405	258,7739 2220	270,5095 7961
55	208,6344 2399	218,0384 2501	227,9179 5938	238,2980 6098	249,2051 0206	260,6668 6509	272,7126 1831	285,3731 9556
56	218,5013 8701	228,5776 0611	239,1742 6755	250,3193 4630	262,0423 4441	274,3743 7476	287,3482 4922	300,9985 7183
57	228,7876 9596	239,5778 7638	250,9371 0959	262,8966 1606	275,4893 5577	288,7501 2553	302,7156 6168	317,4247 4864
58	239,5111 7304	251,0594 0847	263,2292 7953	276,0555 8456	289,5751 0017	303,8266 9415	318,8514 4477	334,6927 6701
59	250,6903 9789	263,0432 5759	276,0745 9710	289,8231 5534	304,3299 1742	319,6382 4549	335,7940 1700	352,8457 7132
60	262,3447 3980	275,5514 0011	289,4979 5397	304,2274 7628	319,7855 8350	336,2206 0995	353,5837 1785	371,9291 1710

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$5\frac{1}{4}\%$	$5\frac{3}{8}\%$	$5\frac{1}{2}\%$	$5\frac{5}{8}\%$	$5\frac{3}{4}\%$	$5\frac{7}{8}\%$	6%	$6\frac{1}{4}\%$
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000
2	2,0525 0000	2,0537 5000	2,0550 0000	2,0562 5000	2,0575 0000	2,0587 5000	2,0600 0000	2,0625 0000
3	3,1602 5625	3,1641 3906	3,1680 2500	3,1719 1406	3,1758 0625	3,1797 0156	3,1836 0000	3,1914 0625
4	4,3261 6970	4,3342 1154	4,3422 6637	4,3503 3423	4,3584 1511	4,3665 0903	4,3746 1600	4,3908 6914
5	5,5532 9361	5,5671 7541	5,5810 9103	5,5950 4053	5,6090 2398	5,6230 4143	5,6370 9296	5,6652 9846
6	6,8448 4153	6,8664 1109	6,8880 5103	6,9097 6156	6,9315 4286	6,9533 9512	6,9753 1854	7,0193 7962
7	8,2041 9571	8,2354 8068	8,2668 9384	8,2984 3565	8,3301 0657	8,3619 0708	8,3938 3765	8,4580 9084
8	9,6349 1598	9,6781 3777	9,7215 7300	9,7652 2265	9,8090 8770	9,8531 6912	9,8974 6791	9,9867 2152
9	11,1407 4907	11,1983 3767	11,2562 5951	11,3145 1643	11,3731 1024	11,4320 4281	11,4913 1598	11,6108 9161
10	12,7256 3840	12,8002 4832	12,8753 5379	12,9509 5797	13,0270 6408	13,1036 7532	13,1807 9494	13,3365 7234
11	14,3937 3441	14,4882 6167	14,5834 9825	14,6794 4936	14,7761 2027	14,8735 1625	14,9716 4264	15,1701 0811
12	16,1494 0547	16,2670 0573	16,3855 9065	16,5051 6839	16,6257 4718	16,7473 3533	16,8699 4120	17,1182 3987
13	17,9972 4926	18,1413 5729	18,2867 9814	18,4335 8411	18,5817 2764	18,7312 4128	18,8821 3767	19,1881 2986
14	19,9421 0484	20,1164 5525	20,2925 7203	20,4704 7322	20,6501 7698	20,8317 0171	21,0150 6593	21,3873 8798
15	21,9890 6535	22,1977 1472	22,4086 6350	22,6219 3733	22,8375 6216	23,0555 6418	23,2759 6988	23,7240 9973
16	24,1434 9128	24,3908 4188	24,6411 3999	24,8944 2131	25,1507 2198	25,4100 7858	25,6725 2808	26,2068 5596
17	26,4110 2457	26,7018 4963	26,9964 0269	27,2947 3251	27,5968 8850	27,9029 2069	28,2128 7976	28,8447 8446
18	28,7976 0336	29,1370 7405	29,4812 0483	29,8300 6121	30,1837 0959	30,5422 1728	30,9056 5255	31,6475 8348
19	31,3094 7754	31,7031 9178	32,1026 7110	32,5080 0215	32,9192 7289	33,3365 7255	33,7599 9170	34,6255 5745
20	33,9532 2511	34,4072 3834	34,8683 1801	35,3365 7727	35,8121 3108	36,2950 9619	36,7855 9120	37,7896 5479
21	36,7357 6943	37,2566 2740	37,7860 7550	38,3242 5975	38,8713 2862	39,4274 3309	39,9927 2668	41,1515 0822
22	39,6643 9732	40,2591 7112	40,8643 0965	41,4799 9936	42,1064 3001	42,7437 9478	43,3922 9028	44,7234 7748
23	42,7467 7818	43,4231 0157	44,1118 4669	44,8132 4932	45,5275 4974	46,2549 9272	46,9958 2769	48,5186 9482
24	45,9909 8403	46,7570 9328	47,5379 9825	48,3339 9460	49,1453 8385	49,9724 7355	50,8155 7735	52,5511 1325
25	49,4055 1070	50,2702 8705	51,1525 8816	52,0527 8179	52,9712 4342	53,9083 5637	54,8645 1200	56,8355 5783
26	52,9993 0001	53,9723 1497	54,9659 8051	55,9807 5077	57,0170 8991	58,0754 7230	59,1563 8272	61,3877 8019
27	56,7817 6326	57,8733 2690	58,9891 0943	60,1296 6800	61,2955 7258	62,4874 0630	63,7057 6568	66,2245 1645
28	60,7628 0583	61,9840 1823	63,2335 1045	64,5119 6182	65,8200 6801	67,1585 4142	68,5281 1162	71,3635 4873
29	64,9528 5313	66,3156 5921	67,7113 5353	69,1407 5967	70,6047 2192	72,1041 0573	73,6397 9832	76,8237 7053
30	69,3628 7792	70,8801 2589	72,4354 7797	74,0299 2741	75,6644 9343	77,3402 2194	79,0581 8622	82,6252 5619
31	74,0044 2901	75,6899 3265	77,4194 2926	79,1941 1082	81,0152 0180	82,8839 5998	84,8016 7739	88,7893 3470
32	78,8896 6154	80,7582 6653	82,6774 9787	84,6487 7956	86,6735 7590	88,7533 9263	90,8897 7803	95,3386 6812
33	84,0313 6877	86,0990 2336	88,2247 6025	90,4102 7341	92,6573,0652	94,9676 5445	97,3431 6471	102,2973 3487
34	89,4430 1563	91,7268 4587	94,0771 2207	96,4958 5129	98,9851 0164	101,5470 0415	104,1837 5460	109,6909 1830
35	95,1387 7395	97,6571 6383	100,2513 6378	102,9237 4292	105,6767 4499	108,5128 9064	111,4347 7987	117,5466 0070
36	101,1335 5958	103,9062 3639	106,7651 8879	109,7132 0346	112,7531 5782	115,8880 2296	119,1208 6666	125,8932 6324
37	107,4430 7146	110,4911 9659	113,6372 7417	116,8845 7116	120,2364 6440	123,6964 4431	127,2681 1866	134,7615 9219
38	114,0838 3271	117,4300 9841	120,8873 2425	124,4593 2828	128,1500 6110	131,9636 1042	135,9042 0578	144,1841 9170
39	121,0732 3393	124,7419 6620	128,5361 2708	132,4601 6550	136,5186 8962	140,7164 7253	145,0584 5813	154,1957 0369
40	128,4295 7871	132,4468 4688	136,6056 1407	140,9110 4985	145,3685 1427	149,9835 6529	154,7619 6562	164,8329 3517
41	136,1721 3159	140,5658 6490	145,1189 2285	149,8372 9636	154,7272 0384	159,7950 9975	165,0476 8356	176,1349 9361
42	144,3211 6850	149,1212 8014	154,1004 6360	159,2656 4423	164,6240 1806	170,1830 6186	175,9505 4457	188,1434 3071
43	152,8980 2985	158,1365 4895	163,5759 8910	169,2243 3677	175,0898 9910	181,1813 1675	187,5075 7724	200,9023 9513
44	161,9251 7641	167,6363 8845	173,5726 6850	179,7432 0571	186,1575 6830	192,8257 1910	199,7580 3188	214,4587 9483
45	171,4262 4818	177,6468 4433	184,1191 6527	190,8537 6104	197,8616 2847	205,1542 3010	212,7435 1379	228,8624 6951
46	181,4261 2621	188,1953 6222	195,2457 1936	202,5892 8509	210,2386 7211	218,2070 4112	226,5081 2462	244,1663 7385
47	191,9509 9783	199,3108 6293	206,9842 3392	214,9849 3233	223,3273 9576	232,0267 0479	241,0986 1209	260,4267 7222
48	203,0284 2522	211,0238 2182	219,3683 6679	228,0778 3483	237,1687 2101	246,6582 1359	256,5645 2882	277,7034 4548
49	214,6874 1754	223,3663 5224	232,4336 2696	241,9072 1304	251,8059 2247	262,1494 4727	272,9584 0055	296,0599 1082
50	226,9585 0696	236,3722 9367	246,2174 7645	256,5144 9377	267,2847 6301	278,5507 2730	290,3359 0458	315,5636 5525
51	239,8738 2858	250,0773 0446	260,7594 3765	271,9434 3404	283,6536 3689	295,9155 8253	308,7560 5886	336,2863 8370
52	253,4672 0458	264,5189 5957	276,1012 0672	288,2402 5221	300,9637 2101	314,3006 2300	328,2814 2239	358,3042 8268
53	267,7742 3282	279,7368 5365	292,2867 7309	305,4537 6639	319,2691 3497	333,7657 8460	348,9783 0773	381,6983 0035
54	282,8323 8004	295,7727 0954	309,3625 4561	323,6355 4075	338,6271 1023	354,3745 2445	370,9170 0620	406,5544 4412
55	298,6810 7999	312,6704 9267	327,3774 8562	342,8400 3992	359,0981 6906	376,1940 2776	394,1720 2657	432,9640 9688
56	315,3618 3669	330,4765 3165	346,3832 4733	363,1247 9217	380,7463 1379	399,2954 2689	418,8223 4816	461,0243 5294
57	332,9183 3312	349,2396 4523	366,4343 2593	384,5505 6173	403,6392 2683	423,7540 3322	444,9516 8905	490,8383 7500
58	351,3965 4561	369,0112 7616	387,5882 1386	407,1815 3082	427,8484 8237	449,6495 8267	472,6487 9039	522,5157 7343
59	370,8448 6425	389,8456 3226	409,9055 6562	431,0854 9193	453,4497 7011	477,0664 9565	502,0077 1782	556,1730 0927
60	391,3142 1963	411,7998 3499	433,4503 7173	456,3340 5085	480,5231 3189	506,0941 5227	533,1281 8089	591,9338 2235

TÁBUA III

Montante de uma renda unitária imediata

$$s_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{r}$$

n	$6\frac{1}{2}\%$	$6\frac{3}{4}\%$	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0000 0000	1,0000 0000	1,0000 0000	1,000 000 00	1,000 000 00	1,000 000 00	1,000 000 00	1,000 000 00
2	2,0650 0000	2,0675 0000	2,0700 0000	2,080 000 00	2,090 000 00	2,100 000 00	2,110 000 00	2,120 000 00
3	3,1992 2500	3,2070 5625	3,2149 0000	3,246 400 00	3,278 100 00	3,310 000 00	3,342 100 00	3,374 400 00
4	4,4071 7463	4,4235 3255	4,4399 4300	4,506 112 00	4,573 129 00	4,641 000 00	4,709 731 00	4,779 328 00
5	5,6936 4098	5,7221 2099	5,7507 3901	5,866 600 96	5,984 710 61	6,105 100 00	6,227 801 41	6,352 847 36
6	7,0637 2764	7,1063 6416	7,1532 9074	7,335 929 04	7,523 334 56	7,715 610 00	7,912 859 57	8,115 189 04
7	8,5228 6994	8,5861 7874	8,6540 2109	8,922 803 36	9,200 434 68	9,487 171 00	9,783 274 12	10,089 011 73
8	10,0768 5648	10,1678 8081	10,2598 0257	10,636 627 63	11,028 473 80	11,435 888 10	11,859 434 27	12,299 693 14
9	11,7318 5215	11,8542 1276	11,9779 8875	12,487 557 84	13,021 036 44	13,579 476 91	14,163 972 04	14,775 656 31
10	13,4944 2254	13,6543 7212	13,8164 4796	14,486 562 47	15,192 929 72	15,937 424 60	16,722 008 96	17,548 735 07
11	15,3715 6001	15,5760 4224	15,7835 9932	16,645 487 46	17,560 293 39	18,531 167 06	19,561 429 95	20,654 583 28
12	17,3707 1141	17,6274 2509	17,8884 5127	18,977 126 46	20,140 719 80	21,384 283 77	22,713 187 24	24,133 133 27
13	19,4998 0765	19,8172 7629	20,1406 4286	21,495 296 58	22,953 384 58	24,522 712 14	26,211 637 84	28,029 109 26
14	21,7672 9515	22,1549 4244	22,5504 8786	24,214 920 30	26,019 189 19	27,974 983 36	30,094 918 00	32,392 602 38
15	24,1821 6933	24,6504 0105	25,1290 2201	27,152 113 93	29,360 916 22	31,772 481 69	34,405 358 98	37,279 714 66
16	26,7540 1034	27,3143 0312	27,8880 5355	30,324 283 04	33,003 398 68	35,949 729 86	39,189 948 47	42,753 280 42
17	29,4930 2101	30,1580 1858	30,8402 1730	33,750 225 69	36,973 704 56	40,544 702 85	44,500 842 81	48,883 674 07
18	32,4100 6738	33,1936 8484	33,9990 3251	37,450 243 74	41,301 337 97	45,599 173 13	50,395 935 51	55,749 714 96
19	35,5167 2176	36,4342 5856	37,3789 6479	41,446 263 24	46,018 458 39	51,159 090 45	56,939 488 42	63,439 680 75
20	38,8253 0867	39,8935 7101	40,9954 9232	45,761 964 30	51,160 119 64	57,274 999 49	64,202 832 15	72,052 442 44
21	42,3489 5373	43,5863 8706	44,8651 7678	50,422 921 44	56,764 530 41	64,002 499 44	72,265 143 68	81,698 735 54
22	46,1016 3573	47,5284 6818	49,0057 3916	55,456 755 16	62,873 338 15	71,402 749 39	81,214 309 49	92,502 583 80
23	50,0982 4205	51,7366 3976	53,4361 4090	60,893 295 57	69,531 938 58	79,543 024 33	91,147 883 53	104,602 893 86
24	54,3546 2778	56,2288 6297	58,1766 7076	66,764 759 22	76,789 813 05	88,497 326 76	102,174 150 72	118,155 241 12
25	58,8876 7859	61,0243 1122	63,2490 3772	73,105 939 95	84,700 896 23	98,347 059 43	114,413 307 30	133,333 870 06
26	63,7153 7769	66,1434 5223	68,6764 7036	79,954 415 15	93,323 976 89	109,181 765 38	127,998 771 10	150,333 934 46
27	68,8568 7725	71,6081 3526	74,4838 2328	87,350 768 36	102,723 134 81	121,099 941 92	143,078 635 92	169,374 006 60
28	74,3325 7427	77,4416 8439	80,6976 9091	95,338 829 83	112,968 216 94	134,209 936 11	159,817 285 87	190,698 887 39
29	80,1611 9159	83,6689 9808	87,3465 2927	103,965 936 22	124,135 356 46	148,630 929 72	178,397 187 32	214,582 753 88
30	86,3748 6405	90,3166 5545	94,4607 8632	113,283 211 11	136,307 538 55	164,494 022 69	199,020 877 93	241,332 684 34
31	92,9892 3021	97,4130 2970	102,0730 4137	123,345 868 00	149,575 217 02	181,943 424 96	221,913 174 50	271,292 606 46
32	100,0335 3017	104,9684 0920	110,2181 5426	134,212 537 44	164,036 986 55	201,137 767 45	247,323 623 69	304,847 719 24
33	107,5357 0963	113,0751 2682	118,9334 2506	145,950 620 44	179,800 315 34	222,251 544 20	275,529 222 30	342,429 445 55
34	115,5255 3076	121,7076 9788	128,2587 6481	158,626 670 07	196,982 343 72	245,476 698 62	306,837 436 75	384,520 979 01
35	124,0346 9026	130,9229 6749	138,2368 7835	172,316 803 68	215,710 754 65	271,024 368 48	341,589 554 80	431,663 496 49
36	133,0969 4513	140,7602 6779	148,9134 5984	187,102 147 97	236,124 722 57	299,126 805 33	380,164 405 82	484,463 116 07
37	142,7482 4656	151,2615 8587	160,3374 0202	203,070 319 81	258,375 947 60	330,039 485 86	422,982 490 46	543,598 690 00
38	153,0268 8259	162,4717 4292	172,5610 2017	220,315 945 40	282,629 782 88	364,043 434 45	470,510 564 41	609,830 532 80
39	163,9736 2995	174,4385 8556	185,6402 9158	238,941 221 03	309,066 463 34	401,447 777 89	523,266 726 50	684,010 196 74
40	175,6319 1590	187,2131 9009	199,6351 1199	259,056 518 71	337,882 445 04	442,592 555 68	581,826 066 41	767,091 420 34
41	188,0479 9041	200,8500 8042	214,6095 6983	280,781 040 21	369,291 865 10	487,851 811 25	646,826 933 72	860,142 390 79
42	201,2711 0981	215,4074 6085	230,6322 3971	304,243 523 42	403,528 132 96	537,636 992 37	718,977 896 43	964,359 477 68
43	215,3537 3195	230,9474 6446	247,7764 9549	329,583 005 30	440,845 664 92	592,400 691 61	799,065 465 04	1 081,082 615 00
44	230,3517 2453	247,5364 1831	266,1208 5125	356,949 645 72	481,521 774 77	652,640 760 77	887,962 666 19	1 211,812 528 80
45	246,3245 8662	265,2451 2654	285,7493 1084	386,505 617 38	525,858 734 50	718,904 836 85	986,638 559 47	1 358,230 032 26
46	263,3356 8475	284,1491 7258	306,7517 6260	418,426 066 77	574,186 020 60	791,795 320 54	1 096,168 801 01	1 522,217 636 13
47	281,4525 0426	304,3292 4173	329,2243 8598	452,900 152 11	626,862 762 45	871,974 852 59	1 217,747 369 12	1 705,883 752 47
48	300,7469 1704	325,8714 6555	353,2700 9300	490,132 164 28	684,280 411 07	960,172 337 85	1 352,699 579 73	1 911,589 802 76
49	321,2954 6665	348,8677 8947	378,9989 9950	530,342 737 42	746,865 648 07	1 057,189 571 63	1 502,496 533 50	2 141,980 579 09
50	343,1796 7198	373,4163 6526	406,5289 2947	573,770 156 42	815,083 556 40	1 163,908 528 80	1 668,771 152 18	2 400,018 248 58
51	366,4863 5066	399,6219 6992	435,9859 5453	620,671 768 93	889,441 076 47	1 281,299 381 68	1 853,335 978 92	2 689,020 438 41
52	391,3079 6345	427,5964 5289	467,5049 7135	671,325 510 44	970,490 773 36	1 410,429 319 84	2 058,202 936 61	3 012,702 891 02
53	417,7429 8108	457,4592 1346	501,2303 1934	726,031 551 28	1 058,834 942 96	1 552,472 251 83	2 285,605 259 63	3 375,227 237 94
54	445,8962 7485	489,3377 1037	537,3164 4170	785,114 075 38	1 155,130 087 82	1 708,719 477 01	2 538,021 838 19	3 781,254 506 50
55	475,8795 3271	523,3680 0582	575,9285 9262	848,923 201 41	1 260,091 795 73	1 880,591 424 71	2 818,204 240 39	4 236,005 047 28
56	507,8117 0234	559,6953 4621	617,2435 9410	917,837 057 52	1 374,500 057 34	2 069,650 567 18	3 129,206 706 84	4 745,325 652 95
57	541,8194 6299	598,4747 8208	661,4506 4569	992,264 022 13	1 499,205 062 51	2 277,615 623 90	3 474,419 444 59	5 315,764 731 31
58	578,0377 2808	639,8718 2487	708,7521 9089	1 072,645 143 90	1 635,133 518 13	2 506,377 186 29	3 857,605 583 49	5 954,656 499 06
59	616,6102 8041	684,0631 7839	759,3648 4425	1 159,456 755 41	1 783,295 534 76	2 758,014 904 92	4 282,942 197 68	6 670,215 278 95
60	657,6898 4214	731,2374 4293	813,5203 8335	1 253,213 295 84	1 944,792 132 89	3 034,816 395 41	4 755,065 839 42	7 471,641 112 42

TÁBUA IV

Valor atual de uma renda unitária imediata

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

n	$\frac{1}{2}\%$	$\frac{3}{4}\%$	1%	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$1\frac{3}{4}\%$	2%	$2\frac{1}{4}\%$	$2\frac{1}{2}\%$
1	0,995 024 88	0,9925 5583	0,9900 9901	0,9876 5432	0,9852 2167	0,9828 0098	0,9803 9216	0,9779 9511	0,9756 0976
2	1,985 099 38	1,9777 2291	1,9703 950 3	1,9631 1538	1,9558 8342	1,9486 9875	1,9415 6094	1,9344 6955	1,9274 2415
3	2,970 248 14	2,9555 5624	2,9409 8521	2,9265 3371	2,9122 0042	2,8979 8403	2,8838 8327	2,8698 9687	2,8560 2356
4	3,950 495 66	3,9261 1041	3,9019 6555	3,8780 5798	3,8543 8465	3,8309 4254	3,8077 2870	3,7847 4021	3,7619 7421
5	4,925 866 33	4,8894 3961	4,8534 3124	4,8187 3504	4,7826 4497	4,7478 5508	4,7134 5951	4,6794 5253	4,6458 2850
6	5,896 384 41	5,8455 9763	5,7954 7647	5,7460 0992	5,6971 8717	5,6489 9762	5,6014 3089	5,5544 7680	5,5081 2536
7	6,862 074 04	6,7946 3785	6,7281 9453	6,6627 2585	6,5982 1396	6,5346 4139	6,4719 9107	6,4102 4626	6,3493 9060
8	7,822 959 24	7,7366 1325	7,6516 7775	7,5681 2429	7,4859 2508	7,4050 5297	7,3254 8144	7,2471 8461	7,1701 3717
9	8,779 063 92	8,6715 7642	8,5660 1758	8,4623 4498	8,3605 1732	8,2604 9432	8,1622 3671	8,0657 0622	7,9708 6553
10	9,730 411 86	9,5995 7958	9,4713 0453	9,3455 2591	9,2221 8455	9,1012 2291	8,9825 8501	8,8662 1635	8,7520 6393
11	10,677 026 73	10,5206 7452	10,3676 2825	10,2178 0337	10,0711 1779	9,9274 9181	9,7868 4805	9,6491 1134	9,5142 0871
12	11,618 932 07	11,4349 1267	11,2550 7747	11,0793 1197	10,9075 0521	10,7395 4969	10,5753 4122	10,4147 7882	10,2577 6460
13	12,556 151 31	12,3423 4508	12,1337 4007	11,9301 8466	11,7315 3222	11,5376 4097	11,3483 7375	11,1635 9787	10,9831 8497
14	13,488 707 77	13,2430 2242	13,0037 0304	12,7705 5275	12,5433 8150	12,3220 0587	12,1062 4877	11,8959 3924	11,6909 1217
15	14,416 624 65	14,1369 9495	13,8650 5252	13,6005 4592	13,3432 3301	13,0928 8046	12,8492 6350	12,6121 6551	12,3813 7773
16	15,339 925 02	15,0243 1261	14,7178 7378	14,4202 9227	14,1312 6405	13,8504 9677	13,5777 0931	13,3126 3131	13,0550 0266
17	16,258 631 86	15,9050 2492	15,5622 5127	15,2299 1829	14,9076 4931	14,5950 8282	14,2918 7188	13,9976 8343	13,7121 9772
18	17,172 768 02	16,7791 8107	16,3982 6858	16,0295 4893	15,6725 6089	15,3268 6272	14,9920 3125	14,6676 6106	14,3533 6363
19	18,082 356 24	17,6468 2984	17,2260 0850	16,8193 0759	16,4261 6837	16,0460 5673	15,6784 6201	15,3228 9590	14,9788 9134
20	18,987 419 15	18,5080 1969	18,0455 5297	17,5993 1613	17,1686 3879	16,7528 8130	16,3514 3334	15,9637 1237	15,5891 6229
21	19,887 979 25	19,3627 9870	18,8569 8313	18,3696 9495	17,9001 3673	17,4475 4919	17,0112 0916	16,5904 2775	16,1845 4857
22	20,784 058 96	20,2112 1459	19,6603 7934	19,1305 6291	18,6208 2437	18,1302 6948	17,6580 4820	17,2033 5232	16,7654 1324
23	21,675 680 55	21,0533 1473	20,4558 2113	19,8820 3744	19,3308 6145	18,8012 4764	18,2922 0412	17,8027 8955	17,3321 1048
24	22,562 866 22	21,8891 4614	21,2433 8726	20,6242 3451	20,0304 0537	19,4606 8565	18,9139 2560	18,3890 3624	17,8849 8583
25	23,445 638 03	22,7187 5547	22,0231 5570	21,3572 6865	20,7196 1120	20,1087 8196	19,5234 5647	18,9623 8263	18,4243 7642
26	24,324 017 94	23,5421 8905	22,7952 0366	22,0812 5299	21,3986 3172	20,7457 3165	20,1210 3576	19,5231 1260	18,9506 1114
27	25,198 027 80	24,3594 9286	23,5596 0759	22,7962 9925	22,0676 1746	21,3717 2641	20,7068 9780	20,0715 0376	19,4640 1087
28	26,067 689 36	25,1707 1251	24,3164 4316	23,5025 1778	22,7267 1671	21,9869 5474	21,2812 7236	20,6078 2764	19,9648 8866
29	26,933 024 23	25,9758 9331	25,0657 8530	24,2000 1756	23,3760 5558	22,5916 0171	21,8443 8466	21,1323 4977	20,4535 4991
30	27,794 053 97	26,7750 8021	25,8077 0822	24,8889 0623	24,0158 3801	23,1858 4934	22,3964 5555	21,6453 2985	20,9302 9259
31	28,650 799 97	27,5683 1783	26,5422 8537	25,5692 9010	24,6461 4582	23,7698 7650	22,9377 0152	22,1470 2186	21,3954 0741
32	29,503 283 55	28,3556 5045	27,2695 8947	26,2412 7418	25,2671 3874	24,3438 5897	23,4683 3482	22,6376 7419	21,8491 7796
33	30,351 525 92	29,1371 2203	27,9896 9255	26,9049 6215	25,8789 5442	24,9079 6951	23,9885 6355	23,1175 2977	22,2918 8094
34	31,195 548 18	29,9127 7621	28,7026 6589	27,5604 5644	26,4817 2849	25,4623 7789	24,4985 9172	23,5868 2618	22,7237 8628
35	32,035 371 32	30,6826 5629	29,4085 8009	28,2078 5822	27,0755 9458	26,0072 5100	24,9986 1933	24,0457 9577	23,1451 5734
36	32,871 016 24	31,4468 0525	30,1075 0504	28,8472 6737	27,6606 8431	26,5427 5283	25,4888 4248	24,4946 6579	23,5562 5107
37	33,702 503 72	32,2052 6576	30,7995 0994	29,4787 8259	28,2371 2740	27,0690 4455	25,9594 5341	24,9336 5848	23,9573 1812
38	34,529 854 45	32,9580 8016	31,4846 6330	30,1025 0133	28,8050 5163	27,5862 8457	26,4106 4060	25,3629 9118	24,3486 0304
39	35,353 089 00	33,7052 9048	32,1630 3298	30,7185 1983	29,3645 8288	28,0946 2857	26,9025 8883	25,7828 7646	24,7303 4443
40	36,172 227 86	34,4469 3844	32,8346 8611	31,3269 3316	29,9158 4520	28,5942 2955	27,3554 7924	26,1935 2221	25,1027 7505
41	36,987 291 41	35,1830 6545	33,4996 8922	31,9278 3522	30,4589 6079	29,0852 3789	27,7994 8945	26,5951 3174	25,4661 2200
42	37,798 299 91	35,9137 1260	34,1581 0814	32,5213 1874	30,9940 5004	29,5678 0136	28,2347 9358	26,9879 0390	25,8206 0683
43	38,605 273 54	36,6389 2070	34,8100 0806	33,1074 7530	31,5212 3157	30,0420 6522	28,6615 6233	27,3720 3316	26,1664 4569
44	39,408 232 38	37,3587 3022	35,4554 5352	33,6863 9536	32,0406 2223	30,5081 7221	29,0799 6307	27,7477 0969	26,5038 4945
45	40,207 196 40	38,0731 8136	36,0945 0844	34,2581 6825	32,5523 3718	30,9662 6261	29,4901 5987	28,1151 1950	26,8330 2386
46	41,002 185 47	38,7824 1401	36,7272 3608	34,8228 8222	33,0564 8983	31,4164 7431	29,8923 1360	28,4744 4450	27,1541 6962
47	41,793 219 37	39,4861 6774	37,3536 9909	35,3806 2442	33,5531 9195	31,8589 4281	30,2865 8196	28,8258 6259	27,4674 8255
48	42,580 317 78	40,1847 8189	37,9739 5949	35,9314 8091	34,0425 5365	32,2938 0129	30,6731 1957	29,1695 4777	27,7731 5371
49	43,363 500 28	40,8781 9542	38,5880 7871	36,4755 3670	34,5246 8339	32,7211 8063	31,0520 7801	29,5056 7019	28,0713 6947
50	44,142 786 35	41,5664 4707	39,1961 1753	37,0128 7574	34,9996 8807	33,1412 0946	31,4236 0589	29,8343 9627	28,3623 1168
51	44,918 195 37	42,2495 7525	39,7981 3617	37,5435 8099	35,4676 7298	33,5540 1421	31,7878 4892	30,1558 8877	28,6461 5774
52	45,689 746 64	42,9276 1812	40,3941 9423	38,0677 3431	35,9287 4185	33,9597 1913	32,1449 4992	30,4703 0687	28,9230 8072
53	46,457 459 34	43,6006 1351	40,9843 5072	38,5854 1660	36,3829 9690	34,3584 4632	32,4950 4894	30,7778 0623	29,1932 4948
54	47,221 352 58	44,2685 9902	41,5686 6408	39,0967 0776	36,8305 3882	34,7503 1579	32,8382 8327	31,0785 3910	29,4568 2876
55	47,981 445 35	44,9316 1193	42,1471 9216	39,6016 8667	37,2714 6681	35,1354 4550	33,1747 8752	31,3726 5438	29,7139 7928
56	48,737 756 57	45,5896 8926	42,7199 9224	40,1004 3128	37,7058 7863	35,5139 5135	33,5046 9365	31,6602 9768	29,9648 5784
57	49,490 305 05	46,2428 6776	43,2871 2102	40,5930 1855	38,1338 7058	35,8859 4727	33,8281 3103	31,9416 1142	30,2096 1740
58	50,239 109 50	46,8911 8368	43,8486 3468	41,0795 2449	38,5555 3751	36,2515 4523	34,1452 2650	32,2167 3489	30,4484 0722
59	50,984 188 55	47,5346 7382	44,4045 8879	41,5600 2419	38,9709 7292	36,6108 5526	34,4561 0441	32,4858 0429	30,6813 7290
60	51,725 560 75	48,1733 7352	44,9550 3841	42,0345 9179	39,3802 6889	36,9639 8552	34,7608 8668	32,7489 5285	30,9086 5649

TÁBUA IV

Valor atual de uma renda unitária imediata

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

n	$2\frac{3}{4}\%$	3%	$3\frac{1}{4}\%$	$3\frac{1}{2}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%	$5\frac{1}{2}\%$
1	0,9732 3601	0,9708 7379	0,9685 2300	0,9661 8357	0,9615 3846	0,9569 3780	0,9523 8095	0,9478 6730
2	1,9204 2434	1,9134 6970	1,9065 5981	1,8996 9428	1,8860 9467	1,8726 6775	1,8594 1043	1,8463 1971
3	2,8422 6213	2,8286 1135	2,8150 7003	2,8016 3698	2,7750 9103	2,7489 6435	2,7232 4803	2,6979 3338
4	3,7394 2787	3,7170 9840	3,6949 8308	3,6730 7921	3,6298 9522	3,5875 2570	3,5459 5050	3,5051 5012
5	4,6125 8186	4,5797 0719	4,5471 9911	4,5150 5238	4,4518 2233	4,3899 7674	4,3294 7667	4,2702 8448
6	5,4623 6678	5,4171 9144	5,3725 8994	5,3285 5302	5,2421 3686	5,1578 7248	5,0756 9206	4,9955 3031
7	6,2894 0806	6,2302 8296	6,1719 9994	6,1145 4398	6,0020 5467	5,8927 0094	5,7863 7340	5,6829 6712
8	7,0943 1441	7,0196 9219	6,9462 4692	6,8739 5554	6,7327 4487	6,5958 8607	6,4632 1276	6,3345 6599
9	7,8776 7826	7,7861 0892	7,6961 2292	7,6076 8651	7,4353 3161	7,2687 9050	7,1078 2163	6,9521 9525
10	8,6400 7616	8,5302 0284	8,4223 9508	8,3166 0532	8,1108 9578	7,9127 1818	7,7217 3493	7,5376 2583
11	9,3820 6926	9,2526 2411	9,1258 0637	9,0015 5104	8,7604 7671	8,5289 1692	8,3064 1422	8,0925 3633
12	10,1042 0366	9,9540 0399	9,8070 7639	9,6633 3433	9,3850 7376	9,1185 8078	8,8632 5164	8,6185 1785
13	10,8070 1086	10,6349 5533	10,4669 0207	10,3027 3849	9,9856 4785	9,6828 5242	9,3935 7299	9,1170 7853
14	11,4910 0814	11,2960 7314	11,1059 5842	10,9205 2028	10,5631 2293	10,2228 2528	9,8986 4094	9,5896 4790
15	12,1566 9892	11,9379 3509	11,7248 9920	11,5174 1090	11,1183 8743	10,7395 4573	10,3796 5804	10,0375 8094
16	12,8045 7315	12,5611 0203	12,3243 5758	12,0941 1681	11,6522 9561	11,2340 1505	10,8377 6956	10,4621 6203
17	13,4351 0769	13,1661 1847	12,9049 4681	12,6513 2059	12,1656 6885	11,7071 9143	11,2740 6625	10,8646 0856
18	14,0487 6661	13,7535 1308	13,4672 6083	13,1896 8173	12,6592 9697	12,1599 9180	11,6895 8690	11,2460 7447
19	14,6460 0157	14,3237 9911	14,0118 7490	13,7098 3742	13,1339 3940	12,5932 9359	12,0853 2086	11,6076 5352
20	15,2272 5213	14,8774 7486	14,5393 4615	14,2124 0330	13,5903 2634	13,0079 3645	12,4622 1034	11,9503 8249
21	15,7929 4612	15,4150 2414	15,0502 1419	14,6979 7420	14,0291 5995	13,4047 2388	12,8211 5271	12,2752 4406
22	16,3434 9987	15,9369 1664	15,5450 0163	15,1671 2484	14,4511 1533	13,7844 2476	13,1630 0258	12,5831 6973
23	16,8793 1861	16,4436 0839	16,0242 1466	15,6204 1047	14,8568 4167	14,1477 7489	13,4885 7388	12,8750 4240
24	17,4007 9670	16,9355 4212	16,4883 4349	16,0583 6760	15,2469 6314	14,4954 7837	13,7986 4179	13,1516 9895
25	17,9083 1795	17,4131 4769	16,9378 6295	16,4815 1459	15,6220 7994	14,8282 0896	14,0939 4457	13,4139 3266
26	18,4022 5592	17,8768 4242	17,3732 3288	16,8903 5226	15,9827 6918	15,1466 1145	14,3751 8530	13,6624 9541
27	18,8829 7413	18,3270 3147	17,7948 9867	17,2853 6451	16,3295 8575	15,4513 0282	14,6430 3362	13,8980 9991
28	19,3508 2640	18,7641 0823	18,2032 9169	17,6670 1885	16,6630 6322	15,7428 7351	14,8981 2726	14,1214 2172
29	19,8061 5708	19,1884 5459	18,5988 2973	18,0357 6700	16,9837 1463	16,0218 8853	15,1410 7358	14,3331 0116
30	20,2493 0130	19,6004 4135	18,9819 1741	18,3920 4541	17,2920 3330	16,2888 8854	15,3724 5103	14,5337 4517
31	20,6805 8520	20,0004 2849	19,3529 4664	18,7362 7576	17,5884 9356	16,5443 9095	15,5928 1050	14,7239 2907
32	21,1003 2623	20,3887 6553	19,7122 9699	19,0688 6547	17,8735 5150	16,7888 9086	15,8026 7667	14,9041 9817
33	21,5088 3332	20,7657 9178	20,0603 3607	19,3902 0818	18,1476 4567	17,0228 6207	16,0025 4921	15,0750 6936
34	21,9064 0712	21,1318 3668	20,3974 1992	19,7006 8423	18,4111 9776	17,2467 5796	16,1929 0401	15,2370 3257
35	22,2933 4026	21,4872 2007	20,7238 9339	20,0006 6110	18,6646 1323	17,4610 1240	16,3741 9429	15,3905 5220
36	22,6699 1753	21,8322 5250	21,0400 9045	20,2904 9381	18,9082 8195	17,6660 4058	16,5468 5171	15,5360 6843
37	23,0364 1609	22,1672 3544	21,3463 3457	20,5705 2542	19,1425 7880	17,8622 3979	16,7112 8734	15,6739 9851
38	23,3931 0568	22,4924 6159	21,6429 3905	20,8410 8736	19,3678 6423	18,0499 9023	16,8678 9271	15,8047 3793
39	23,7402 4884	22,8082 1513	21,9302 0732	21,1024 9987	19,5844 8484	18,2296 5572	17,0170 4067	15,9286 6154
40	24,0781 0106	23,1147 7197	22,2084 3324	21,3550 7234	19,7927 7388	18,4015 8442	17,1590 8635	16,0461 2469
41	24,4069 1101	23,4123 9997	22,4779 0144	21,5991 0371	19,9930 5181	18,5661 0949	17,2943 6796	16,1574 6416
42	24,7269 2069	23,7013 5920	22,7388 8759	21,8348 8281	20,1856 2674	18,7235 4975	17,4232 0758	16,2629 9920
43	25,0383 6563	23,9819 0213	22,9916 5869	22,0626 8870	20,3707 9494	18,8742 1029	17,5459 1198	16,3630 3242
44	25,3414 7507	24,2542 7392	23,2364 7330	22,2827 9102	20,5488 4129	19,0183 8305	17,6627 7331	16,4578 5063
45	25,6364 7209	24,5187 1254	23,4735 8189	22,4954 5026	20,7200 3970	19,1563 4742	17,7740 6982	16,5477 2572
46	25,9235 7381	24,7754 4907	23,7032 2701	22,7009 1813	20,8846 5356	19,2883 7074	17,8800 6650	16,6329 1537
47	26,2029 9154	25,0247 0783	23,9256 4360	22,8994 3780	21,0429 3612	19,4147 0884	17,9810 1571	16,7136 6386
48	26,4749 3094	25,2667 0664	24,1410 5917	23,0912 4425	21,1951 3088	19,5356 0654	18,0771 5782	16,7902 0271
49	26,7395 9215	25,5016 5693	24,3496 9412	23,2765 6450	21,3414 7200	19,6512 9813	18,1687 2173	16,8627 5139
50	26,9971 6998	25,7297 6401	24,5517 6185	23,4556 1787	21,4821 8462	19,7620 0778	18,2559 2546	16,9315 1790
51	27,2478 5400	25,9512 2719	24,7474 6911	23,6286 1630	21,6174 8521	19,8679 5003	18,3389 7663	16,9966 9943
52	27,4918 2871	26,1662 3999	24,9370 1609	23,7957 6454	21,7475 8193	19,9693 3017	18,4180 7298	17,0584 8287
53	27,7292 7368	26,3749 9028	25,1205 9669	23,9572 6043	21,8726 7493	20,0663 4466	18,4934 0284	17,1170 4538
54	27,9603 6368	26,5776 6047	25,2983 9873	24,1132 9510	21,9929 5667	20,1591 8149	18,5651 4556	17,1725 5486
55	28,1852 6879	26,7744 2764	25,4706 0410	24,2640 5323	22,1086 1218	20,2480 2057	18,6334 7196	17,2251 7048
56	28,4041 5454	26,9654 6373	25,6373 8896	24,4097 1327	22,2198 1940	20,3330 3404	18,6985 4473	17,2750 4311
57	28,6171 8203	27,1509 3566	25,7989 2393	24,5504 4760	22,3267 4943	20,4143 8664	18,7605 1879	17,3223 1575
58	28,8245 0806	27,3310 0549	25,9553 7427	24,6864 2281	22,4295 6676	20,4922 3602	18,8195 4170	17,3671 2393
59	29,0262 8522	27,5058 3058	26,1069 0002	24,8177 9981	22,5284 2957	20,5667 3303	18,8757 5400	17,4095 9614
60	29,2226 6201	27,6755 6367	26,2536 5619	24,9447 3412	22,6234 8997	20,6380 2204	18,9292 8952	17,4498 5416

TÁBUA IV

Valor atual de uma renda unitária imediata

$$a_{\overline{n}|} = \frac{u^n - 1}{ru^n}$$

n	6%	$6\frac{1}{2}\%$	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	0,9433 9623	0,9389 6714	0,9345 7944	0,925 925 93	0,917 431 19	0,909 090 91	0,900 900 90	0,892 857 14
2	1,8333 9267	1,8206 2642	1,8080 1817	1,783 264 75	1,759 111 19	1,735 537 19	1,712 523 33	1,690 051 02
3	2,6730 1195	2,6484 7551	2,6243 1604	2,577 096 99	2,531 294 67	2,486 851 99	2,443 714 72	2,401 831 27
4	3,4651 0561	3,4257 9860	3,3872 1126	3,312 126 84	3,239 719 88	3,169 865 45	3,102 445 69	3,037 349 35
5	4,2123 6379	4,1556 7944	4,1001 9744	3,992 710 04	3,889 651 26	3,790 786 77	3,695 897 02	3,604 776 20
6	4,9173 2433	4,8410 1356	4,7665 3966	4,622 879 66	4,485 918 59	4,355 260 70	4,230 537 85	4,111 407 32
7	5,5823 8144	5,4845 1977	5,3892 8940	5,206 370 06	5,032 952 84	4,868 418 82	4,712 196 26	4,563 756 54
8	6,2097 9381	6,0887 5096	5,9712 9851	5,746 638 94	5,534 819 11	5,334 926 20	5,146 122 76	4,967 639 77
9	6,8016 9227	6,6561 0419	6,5152 3225	6,246 887 91	5,995 246 89	5,759 023 82	5,537 047 53	5,328 249 79
10	7,3600 8705	7,1888 3022	7,0235 8155	6,710 081 40	6,417 657 70	6,144 567 11	5,889 232 01	5,650 223 03
11	7,8868 7458	7,6890 4246	7,4986 7435	7,138 964 26	6,805 190 55	6,495 061 01	6,206 515 33	5,937 699 13
12	8,3838 4394	8,1587 2532	7,9426 8631	7,536 078 02	7,160 725 28	6,813 691 82	6,492 356 15	6,194 374 23
13	8,8526 8296	8,5997 4208	8,3576 5075	7,903 775 94	7,486 903 92	7,103 356 20	6,749 870 40	6,423 548 42
14	9,2949 8393	9,0138 4233	8,7454 6800	8,244 236 98	7,786 159 39	7,366 687 46	6,981 865 23	6,628 168 23
15	9,7122 4899	9,4026 6885	9,1079 1402	8,559 478 69	8,060 688 43	7,606 079 51	7,190 869 58	6,810 864 49
16	10,1058 9527	9,7677 6418	9,4466 4861	8,851 369 16	8,312 558 19	7,823 708 64	7,379 161 78	6,973 986 15
17	10,4772 5969	10,1105 7670	9,7632 2300	9,121 638 11	8,543 631 37	8,021 553 31	7,548 794 40	7,119 630 49
18	10,8276 0348	10,4324 6638	10,0590 8692	9,371 887 14	8,755 625 11	8,201 412 10	7,701 616 57	7,249 670 08
19	11,1581 1649	10,7347 1022	10,3355 9525	9,603 599 20	8,950 114 78	8,364 920 09	7,839 294 21	7,365 776 86
20	11,4699 2122	11,0185 0725	10,5940 1426	9,818 147 41	9,128 545 67	8,513 563 72	7,963 328 12	7,469 443 62
21	11,7640 7662	11,2849 8333	10,8355 2734	10,016 803 16	9,292 243 73	8,648 694 29	8,075 070 38	7,562 003 24
22	12,0415 8172	11,5351 9562	11,0612 4051	10,200 743 66	9,442 425 44	8,771 540 26	8,175 739 08	7,644 645 75
23	12,3033 7898	11,7701 3673	11,2721 8739	10,371 058 95	9,580 206 83	8,883 218 42	8,266 431 60	7,718 433 70
24	12,5503 5753	11,9907 3871	11,4693 3401	10,528 758 28	9,706 611 77	8,984 744 02	8,348 136 58	7,784 315 81
25	12,7833 5616	12,1978 7672	11,6535 8319	10,674 776 19	9,822 579 60	9,077 040 02	8,421 744 66	7,843 139 11
26	13,0031 6619	12,3923 7251	11,8257 7868	10,809 977 95	9,928 972 11	9,160 945 47	8,488 058 26	7,895 659 92
27	13,2105 3414	12,5749 9766	11,9867 0905	10,935 164 77	10,026 579 92	9,237 223 16	8,547 800 23	7,942 553 50
28	13,4061 6428	12,7464 7668	12,1371 1126	11,051 078 49	10,116 128 37	9,306 566 51	8,601 621 83	7,984 422 77
29	13,5907 2102	12,9074 8984	12,2776 7408	11,158 406 01	10,198 282 91	9,369 605 91	8,650 109 76	8,021 806 04
30	13,7648 3115	13,0586 7591	12,4090 4119	11,257 783 34	10,273 654 04	9,426 914 47	8,693 792 57	8,055 183 97
31	13,9290 8599	13,2006 3465	12,5318 1420	11,349 799 39	10,342 801 87	9,479 013 15	8,733 146 46	8,084 985 69
32	14,0840 4339	13,3339 2925	12,6465 5533	11,434 999 44	10,406 240 25	9,526 375 59	8,768 600 42	8,111 594 36
33	14,2302 2961	13,4590 8850	12,7537 9003	11,513 888 37	10,464 440 60	9,569 432 36	8,800 540 92	8,135 352 11
34	14,3681 4114	13,5766 0892	12,8540 0937	11,586 933 67	10,517 835 41	9,608 574 87	8,829 316 14	8,156 564 38
35	14,4982 4636	13,6869 5673	12,9476 7231	11,654 568 22	10,566 821 48	9,644 158 97	8,855 239 77	8,175 503 91
36	14,6209 8713	13,7905 6970	13,0352 0777	11,717 192 79	10,611 762 82	9,676 508 16	8,878 594 38	8,192 414 21
37	14,7367 8031	13,8878 5887	13,1170 1661	11,775 178 51	10,652 993 42	9,705 916 51	8,899 634 58	8,207 512 69
38	14,8460 1916	13,9792 1021	13,1934 7346	11,828 868 99	10,690 819 65	9,732 651 37	8,918 589 71	8,220 993 47
39	14,9490 7468	14,0649 8611	13,2649 2847	11,878 582 40	10,725 522 61	9,756 955 79	8,935 666 41	8,233 029 88
40	15,0462 9687	14,1455 2687	13,3317 0885	11,924 613 33	10,757 360 20	9,779 050 72	8,951 050 82	8,243 776 68
41	15,1380 1592	14,2211 5199	13,3941 2042	11,967 234 57	10,786 568 99	9,799 137 02	8,964 910 65	8,253 372 04
42	15,2245 4332	14,2921 6149	13,4524 4900	12,006 698 67	10,813 366 04	9,817 397 29	8,977 396 98	8,261 939 32
43	15,3061 7294	14,3588 3708	13,5069 6168	12,043 239 51	10,837 950 50	9,833 997 53	8,988 645 93	8,269 588 68
44	15,3831 8202	14,4214 4327	13,5579 0811	12,077 073 62	10,860 505 04	9,849 088 67	8,998 780 11	8,276 418 46
45	15,4558 3209	14,4802 2842	13,6055 2160	12,108 401 50	10,881 197 29	9,862 807 88	9,007 910 01	8,282 516 48
46	15,5243 6990	14,5324 2575	13,6500 2019	12,137 408 80	10,900 181 00	9,875 279 89	9,016 135 15	8,287 961 15
47	15,5890 2821	14,5872 5422	13,6916 0765	12,164 267 41	10,917 597 25	9,886 618 08	9,023 545 18	8,292 822 45
48	15,6500 2661	14,6359 1946	13,7304 7444	12,189 136 49	10,933 575 46	9,896 925 53	9,030 220 88	8,297 162 90
49	15,7075 7227	14,6816 1451	13,7667 9855	12,212 168 41	10,948 234 36	9,906 295 94	9,036 235 03	8,301 038 31
50	15,7618 6064	14,7245 2067	13,8007 4630	12,233 484 64	10,961 682 90	9,914 814 49	9,041 653 18	8,304 498 49
51	15,8130 7607	14,7648 0814	13,8324 7318	12,253 226 52	10,974 021 01	9,922 558 62	9,046 534 39	8,307 587 94
52	15,8613 9252	14,8026 3675	13,8621 2446	12,271 506 04	10,985 340 38	9,929 598 75	9,050 931 89	8,310 346 37
53	15,9069 7408	14,8381 5658	13,8898 3594	12,288 431 52	10,995 725 12	9,935 998 86	9,054 893 59	8,312 809 26
54	15,9499 7554	14,8715 0852	13,9157 3452	12,304 103 26	11,005 252 40	9,941 817 15	9,058 462 70	8,315 008 27
55	15,9905 4297	14,9028 2490	13,9399 3881	12,318 614 13	11,013 993 03	9,947 106 50	9,061 678 10	8,316 971 67
56	16,0288 1412	14,9322 2996	13,9625 5964	12,332 050 12	11,022 011 95	9,951 915 00	9,064 574 87	8,318 724 70
57	16,0649 1898	14,9598 4033	13,9837 0059	12,344 490 85	11,029 368 76	9,956 286 36	9,067 184 57	8,320 289 91
58	16,0989 8017	14,9857 6557	14,0034 5850	12,356 010 05	11,036 118 13	9,960 260 33	9,069 535 65	8,321 687 42
59	16,1311 1337	15,0101 0852	14,0219 2383	12,366 675 97	11,042 310 21	9,963 873 03	9,071 653 73	8,322 935 20
60	16,1614 2771	15,0329 6574	14,0391 8115	12,376 551 82	11,047 991 02	9,967 157 30	9,073 561 92	8,324 049 28

TABUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$\frac{1}{8}\%$	$\frac{1}{4}\%$	$\frac{3}{8}\%$	$\frac{1}{2}\%$	$\frac{5}{8}\%$	$\frac{3}{4}\%$	$\frac{7}{8}\%$	1%	$1\frac{1}{8}\%$
1	1,0012 5000	1,0025 0000	1,0037 5000	1,0050 0000	1,0062 5000	1,0075 0000	1,0087 5000	1,0100 0000	1,0112 5000
2	0,5009 3770	0,5018 7578	0,5028 1425	0,5037 5312	0,5046 9237	0,5056 3200	0,5065 7203	0,5075 1244	0,5084 5323
3	0,3341 6701	0,3350 0139	0,3358 3645	0,3366 7221	0,3375 0865	0,3383 4579	0,3391 8361	0,3400 2211	0,3408 6130
4	0,2507 8174	0,2515 6445	0,2523 4814	0,2531 3279	0,2539 1842	0,2547 0501	0,2554 9257	0,2562 8109	0,2570 7058
5	0,2007 5062	0,2015 0250	0,2022 5561	0,2030 0997	0,2037 6558	0,2045 2242	0,2052 8049	0,2060 3980	0,2068 0034
6	0,1673 9659	0,1681 2803	0,1688 6099	0,1695 9546	0,1703 3143	0,1710 6891	0,1718 0789	0,1725 4837	0,1732 9034
7	0,1435 7232	0,1442 8928	0,1450 0802	0,1457 2854	0,1464 5082	0,1471 7488	0,1479 0070	0,1486 2828	0,1493 5763
8	0,1257 0415	0,1264 1035	0,1271 1859	0,1278 2886	0,1285 4118	0,1292 5552	0,1299 7190	0,1306 9029	0,1314 1071
9	0,1118 0671	0,1125 0462	0,1132 0484	0,1139 0736	0,1146 1218	0,1153 1929	0,1160 2868	0,1167 4037	0,1174 5432
10	0,1006 8879	0,1013 8015	0,1020 7408	0,1027 7057	0,1034 6962	0,1041 7123	0,1048 7538	0,1055 8208	0,1062 9131
11	0,0915 9233	0,0922 7840	0,0929 6731	0,0936 5903	0,0943 5358	0,0950 5094	0,0957 5111	0,0964 5408	0,0971 5984
12	0,0840 1197	0,0846 9370	0,0853 7852	0,0860 6643	0,0867 5742	0,0874 5148	0,0881 4860	0,0888 4879	0,0895 5203
13	0,0775 9784	0,0782 7595	0,0789 5742	0,0796 4224	0,0803 3039	0,0810 2188	0,0817 1669	0,0824 1482	0,0831 1626
14	0,0721 0003	0,0727 7510	0,0734 5379	0,0741 3609	0,0748 2198	0,0755 1146	0,0762 0453	0,0769 0117	0,0776 0138
15	0,0673 3528	0,0680 0777	0,0686 8413	0,0693 6436	0,0700 4845	0,0707 3639	0,0714 2817	0,0721 2378	0,0728 2321
16	0,0631 6614	0,0638 3642	0,0645 1083	0,0651 8937	0,0658 7202	0,0665 5879	0,0672 4965	0,0679 4460	0,0686 4363
17	0,0594 8750	0,0601 5587	0,0608 2864	0,0615 0579	0,0621 8732	0,0628 7321	0,0635 6346	0,0642 5806	0,0649 5698
18	0,0562 1761	0,0568 8433	0,0575 5571	0,0582 3173	0,0589 1239	0,0595 9766	0,0602 8756	0,0609 8205	0,0616 8113
19	0,0532 9194	0,0539 5722	0,0546 2742	0,0553 0253	0,0559 8252	0,0566 6740	0,0573 5715	0,0580 5175	0,0587 5120
20	0,0506 5885	0,0513 2288	0,0519 9208	0,0526 6645	0,0533 4597	0,0540 3063	0,0547 2042	0,0554 1532	0,0561 1531
21	0,0482 7654	0,0489 3947	0,0496 0784	0,0502 8163	0,0509 6083	0,0516 4543	0,0523 3541	0,0530 3075	0,0537 3145
22	0,0461 1081	0,0467 7278	0,0474 4045	0,0481 1380	0,0487 9281	0,0494 7748	0,0501 6779	0,0508 6371	0,0515 6525
23	0,0441 3342	0,0447 9455	0,0454 6163	0,0461 3465	0,0468 1360	0,0474 9846	0,0481 8921	0,0488 8584	0,0495 8833
24	0,0423 2083	0,0429 8121	0,0436 4781	0,0443 2061	0,0449 9959	0,0456 8474	0,0463 7604	0,0470 7347	0,0477 7701
25	0,0406 5325	0,0413 1298	0,0419 7919	0,0426 5186	0,0433 3096	0,0440 1650	0,0447 0843	0,0454 0675	0,0461 1144
26	0,0391 1396	0,0397 7312	0,0404 3902	0,0411 1162	0,0417 9094	0,0424 7693	0,0431 6959	0,0438 6888	0,0445 7479
27	0,0376 8869	0,0383 4736	0,0390 1301	0,0396 8565	0,0403 6523	0,0410 5176	0,0417 4520	0,0424 4553	0,0431 5273
28	0,0363 6525	0,0370 2347	0,0376 8895	0,0383 6167	0,0390 4159	0,0397 2871	0,0404 2300	0,0411 2444	0,0418 3299
29	0,0351 3308	0,0357 9093	0,0364 5629	0,0371 2914	0,0378 0946	0,0384 9723	0,0391 9243	0,0398 9502	0,0406 0498
30	0,0339 8307	0,0346 4059	0,0353 0588	0,0359 7892	0,0366 5969	0,0373 4816	0,0380 4431	0,0387 4811	0,0394 5953
31	0,0329 0726	0,0335 6449	0,0342 2976	0,0349 0304	0,0355 8430	0,0362 7352	0,0369 7068	0,0376 7573	0,0383 8866
32	0,0318 9869	0,0325 5569	0,0332 2098	0,0338 9453	0,0345 7633	0,0352 6634	0,0359 6454	0,0366 7089	0,0373 8535
33	0,0309 5126	0,0316 0806	0,0322 7340	0,0329 4727	0,0336 2964	0,0343 2048	0,0350 1976	0,0357 2744	0,0364 4349
34	0,0300 5957	0,0307 1620	0,0313 8164	0,0320 5586	0,0327 3883	0,0334 3053	0,0341 3092	0,0348 3997	0,0355 5763
35	0,0292 1884	0,0298 7533	0,0305 4089	0,0312 1550	0,0318 9911	0,0325 9170	0,0332 9324	0,0340 0368	0,0347 2299
36	0,0284 2482	0,0290 8121	0,0297 4692	0,0304 2194	0,0311 0522	0,0317 9973	0,0325 0244	0,0332 1431	0,0339 3529
37	0,0276 7373	0,0283 3004	0,0289 9594	0,0296 7139	0,0303 5636	0,0310 5082	0,0317 5473	0,0324 6805	0,0331 9072
38	0,0269 6218	0,0276 1843	0,0282 8453	0,0289 6045	0,0296 4614	0,0303 4157	0,0310 4671	0,0317 6150	0,0324 8589
39	0,0262 8712	0,0269 4335	0,0276 0967	0,0282 8607	0,0289 7250	0,0296 6893	0,0303 7531	0,0310 9160	0,0318 1773
40	0,0256 4583	0,0263 0204	0,0269 6862	0,0276 4552	0,0283 3271	0,0290 3016	0,0297 3780	0,0304 5560	0,0311 8349
41	0,0250 3582	0,0256 9204	0,0263 5889	0,0270 3631	0,0277 2429	0,0284 2276	0,0291 3169	0,0298 5102	0,0305 8069
42	0,0244 5487	0,0251 1112	0,0257 7825	0,0264 5622	0,0271 4499	0,0278 4452	0,0285 5475	0,0292 7563	0,0300 0709
43	0,0239 0094	0,0245 5724	0,0252 2467	0,0259 0320	0,0265 9278	0,0272 9338	0,0280 0493	0,0287 2737	0,0294 6063
44	0,0233 7220	0,0240 2855	0,0246 9630	0,0253 7541	0,0260 6583	0,0267 6751	0,0274 8039	0,0282 0441	0,0289 3949
45	0,0228 6696	0,0235 2339	0,0241 9147	0,0248 7117	0,0255 6243	0,0262 6521	0,0269 7943	0,0277 0505	0,0284 4197
46	0,0223 8370	0,0230 4022	0,0237 0864	0,0243 8894	0,0250 8106	0,0257 8495	0,0265 0053	0,0272 2775	0,0279 6652
47	0,0219 2101	0,0225 7762	0,0232 4641	0,0239 2733	0,0246 2032	0,0253 2532	0,0260 4228	0,0267 7111	0,0275 1173
48	0,0214 7760	0,0221 3433	0,0228 0349	0,0234 8503	0,0241 7896	0,0248 8504	0,0256 0338	0,0263 3384	0,0270 7632
49	0,0210 5229	0,0217 0915	0,0223 7869	0,0230 6087	0,0237 5563	0,0244 6292	0,0251 8265	0,0259 1474	0,0266 5910
50	0,0206 4400	0,0213 0099	0,0219 7093	0,0226 5376	0,0233 4943	0,0240 5787	0,0247 7900	0,0255 1273	0,0262 5898
51	0,0202 5173	0,0209 0886	0,0215 7920	0,0222 6269	0,0229 5928	0,0236 6888	0,0243 9142	0,0251 2680	0,0258 7494
52	0,0198 7455	0,0205 3184	0,0212 0259	0,0218 8675	0,0225 8425	0,0232 9503	0,0240 1899	0,0247 5603	0,0255 0606
53	0,0195 1161	0,0201 6906	0,0208 4023	0,0215 2507	0,0222 2350	0,0229 3546	0,0236 6084	0,0243 9956	0,0251 5149
54	0,0191 6212	0,0198 1974	0,0204 9134	0,0211 7686	0,0218 7623	0,0225 8938	0,0233 1619	0,0240 5658	0,0248 1043
55	0,0188 2534	0,0194 8314	0,0201 5517	0,0208 4139	0,0215 4171	0,0222 5605	0,0229 8430	0,0237 2637	0,0244 8213
56	0,0185 0059	0,0191 5858	0,0198 3106	0,0205 1797	0,0212 1925	0,0219 3478	0,0226 6449	0,0234 0823	0,0241 6592
57	0,0181 8724	0,0188 4542	0,0195 1836	0,0202 0598	0,0209 0821	0,0216 2496	0,0223 5611	0,0231 0156	0,0238 6116
58	0,0178 8470	0,0185 4308	0,0192 1648	0,0199 0481	0,0206 0801	0,0213 2597	0,0220 5858	0,0228 0573	0,0235 6726
59	0,0175 9242	0,0182 5101	0,0189 2487	0,0196 1392	0,0203 1809	0,0210 3727	0,0217 7135	0,0225 2020	0,0232 8366
60	0,0173 0989	0,0179 6869	0,0186 4302	0,0193 3280	0,0200 3795	0,0207 5836	0,0214 9390	0,0222 4445	0,0230 0985

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{3}{8}\%$	$1\frac{1}{2}\%$	$1\frac{5}{8}\%$	$1\frac{3}{4}\%$	$1\frac{7}{8}\%$	2%	$2\frac{1}{8}\%$
1	1,0115 0000	1,0137 5000	1,0150 0000	1,0162 5000	1,0175 0000	1,0187 5000	1,0200 0000	1,0212 5000
2	0,5093 9441	0,5103 3597	0,5112 7792	0,5122 2024	0,5131 6295	0,5141 0604	0,5150 4950	0,5159 9335
3	0,3417 0118	0,3425 4173	0,3433 8296	0,3442 2488	0,3450 6747	0,3459 1073	0,3467 5467	0,3475 9929
4	0,2578 6102	0,2586 5243	0,2594 4478	0,2602 3810	0,2610 3237	0,2618 2758	0,2626 2375	0,2634 2087
5	0,2075 6211	0,2083 2510	0,2090 8932	0,2098 5475	0,2106 2142	0,2113 8930	0,2121 5839	0,2129 2870
6	0,1740 3381	0,1747 7878	0,1755 2521	0,1762 7314	0,1770 2256	0,1777 7345	0,1785 2581	0,1792 7965
7	0,1500 8872	0,1508 2157	0,1515 5617	0,1522 9251	0,1530 3059	0,1537 7040	0,1545 1195	0,1552 5524
8	0,1321 3314	0,1328 5758	0,1335 8402	0,1343 1247	0,1350 4292	0,1357 7537	0,1365 0980	0,1372 4622
9	0,1181 7055	0,1188 8906	0,1196 0982	0,1203 3285	0,1210 5813	0,1217 8565	0,1225 1544	0,1232 4745
10	0,1070 0307	0,1077 1737	0,1084 3418	0,1091 5351	0,1098 7535	0,1105 9969	0,1113 2653	0,1120 5586
11	0,0978 6839	0,0985 7973	0,0992 9384	0,1000 1073	0,1007 3038	0,1014 5278	0,1021 7794	0,1029 0585
12	0,0902 5831	0,0909 6765	0,0916 7999	0,0923 9537	0,0931 1377	0,0938 3518	0,0945 5960	0,0952 8701
13	0,0838 2100	0,0845 2903	0,0852 4036	0,0859 5496	0,0866 7283	0,0873 9396	0,0881 1835	0,0888 4599
14	0,0783 0515	0,0790 1246	0,0797 2332	0,0804 3771	0,0811 5562	0,0818 7704	0,0826 0197	0,0833 3039
15	0,0735 2646	0,0742 3351	0,0749 4436	0,0756 5898	0,0763 7739	0,0770 9955	0,0778 2547	0,0785 5513
16	0,0693 4672	0,0700 5389	0,0707 6508	0,0714 8031	0,0721 9958	0,0729 2285	0,0736 5013	0,0743 8139
17	0,0656 6023	0,0663 6780	0,0670 7965	0,0677 9580	0,0685 1623	0,0692 4091	0,0699 6984	0,0707 0301
18	0,0623 8479	0,0630 9301	0,0638 0578	0,0645 2309	0,0652 4493	0,0659 7127	0,0667 0210	0,0674 3742
19	0,0594 5548	0,0601 6457	0,0608 7847	0,0615 9715	0,0623 2061	0,0630 4882	0,0637 8177	0,0645 1944
20	0,0568 2039	0,0575 3053	0,0582 4574	0,0589 6597	0,0596 9122	0,0604 2148	0,0611 5672	0,0618 9692
21	0,0544 3748	0,0551 4884	0,0558 6550	0,0565 8744	0,0573 1464	0,0580 4709	0,0587 8477	0,0595 2766
22	0,0522 7238	0,0529 8507	0,0537 0331	0,0544 2709	0,0551 5638	0,0558 9116	0,0566 3140	0,0573 7709
23	0,0502 9666	0,0510 1080	0,0517 3075	0,0524 5648	0,0531 8795	0,0539 2517	0,0546 6810	0,0554 1671
24	0,0484 8664	0,0492 0235	0,0499 2410	0,0506 5188	0,0513 8565	0,0521 2540	0,0528 7110	0,0536 2272
25	0,0468 2246	0,0475 3982	0,0482 6345	0,0489 9336	0,0497 2952	0,0504 7188	0,0512 2044	0,0519 7515
26	0,0452 8729	0,0460 0635	0,0467 3196	0,0474 6408	0,0482 0269	0,0489 4775	0,0496 9923	0,0504 5711
27	0,0438 6678	0,0445 8762	0,0453 1527	0,0460 4967	0,0467 9079	0,0475 3861	0,0482 9309	0,0490 5419
28	0,0425 4863	0,0432 7134	0,0440 0108	0,0447 3781	0,0454 8151	0,0462 3215	0,0469 8967	0,0477 5405
29	0,0413 2228	0,0420 4690	0,0427 7878	0,0435 1790	0,0442 6423	0,0450 1773	0,0457 7835	0,0465 4606
30	0,0401 7854	0,0409 0511	0,0416 3919	0,0423 8075	0,0431 2975	0,0438 8616	0,0446 4992	0,0454 2100
31	0,0391 0941	0,0398 3797	0,0405 7430	0,0413 1834	0,0420 7005	0,0428 2941	0,0435 9635	0,0443 7083
32	0,0381 0790	0,0388 3850	0,0395 7710	0,0403 2366	0,0410 7812	0,0418 4046	0,0426 1061	0,0433 8852
33	0,0371 6786	0,0379 0053	0,0386 4144	0,0393 9055	0,0401 4779	0,0409 1314	0,0416 8653	0,0424 6791
34	0,0362 8386	0,0370 1863	0,0377 6189	0,0385 1357	0,0392 7363	0,0400 4202	0,0408 1867	0,0416 0354
35	0,0354 5111	0,0361 8801	0,0369 3363	0,0376 8791	0,0384 5081	0,0392 2227	0,0400 0221	0,0407 9058
36	0,0346 6533	0,0354 0438	0,0361 5240	0,0369 0931	0,0376 7507	0,0384 4961	0,0392 3285	0,0400 2475
37	0,0339 2270	0,0346 6394	0,0354 1437	0,0361 7393	0,0369 4257	0,0377 2021	0,0385 0678	0,0393 0221
38	0,0332 1983	0,0339 6327	0,0347 1614	0,0354 7837	0,0362 4990	0,0370 3066	0,0378 2057	0,0386 1955
39	0,0325 5365	0,0332 9931	0,0340 5463	0,0348 1955	0,0355 9399	0,0363 7788	0,0371 7114	0,0379 7369
40	0,0319 2141	0,0326 6931	0,0334 2710	0,0341 9472	0,0349 7209	0,0357 5914	0,0365 5575	0,0373 6186
41	0,0313 2063	0,0320 7078	0,0328 3106	0,0336 0139	0,0343 8170	0,0351 7190	0,0359 7188	0,0367 8157
42	0,0307 4905	0,0315 0148	0,0322 6427	0,0330 3732	0,0338 2058	0,0346 1393	0,0354 1729	0,0362 3056
43	0,0302 0466	0,0309 5936	0,0317 2465	0,0325 0045	0,0332 8666	0,0340 8318	0,0348 8993	0,0357 0679
44	0,0296 8558	0,0304 4257	0,0312 1038	0,0319 8893	0,0327 7810	0,0335 7781	0,0343 8794	0,0352 0838
45	0,0291 9012	0,0299 4941	0,0307 1976	0,0315 0106	0,0322 9321	0,0330 9611	0,0339 0962	0,0347 3364
46	0,0287 1675	0,0294 7836	0,0302 5124	0,0310 3530	0,0318 3043	0,0326 3651	0,0334 5342	0,0342 8103
47	0,0282 6406	0,0290 2799	0,0298 0342	0,0305 9025	0,0313 8836	0,0321 9763	0,0330 1792	0,0338 4912
48	0,0278 3074	0,0285 9701	0,0293 7500	0,0301 6460	0,0309 6569	0,0317 7815	0,0326 0184	0,0334 3661
49	0,0274 1563	0,0281 8424	0,0289 6479	0,0297 5716	0,0305 6124	0,0313 7689	0,0322 0396	0,0330 4231
50	0,0270 1762	0,0277 8857	0,0285 7168	0,0293 6684	0,0301 7391	0,0309 9275	0,0318 2327	0,0326 6513
51	0,0266 3571	0,0274 0900	0,0281 9468	0,0289 9263	0,0298 0269	0,0306 2472	0,0314 5856	0,0323 0404
52	0,0262 6896	0,0270 4461	0,0278 3287	0,0286 3360	0,0294 4665	0,0302 7187	0,0311 0909	0,0319 5813
53	0,0259 1652	0,0266 9453	0,0274 8537	0,0282 8888	0,0291 0492	0,0299 3333	0,0307 7392	0,0316 2652
54	0,0255 7760	0,0263 5797	0,0271 5138	0,0279 5768	0,0287 7671	0,0296 0830	0,0304 5226	0,0313 0841
55	0,0252 5145	0,0260 3418	0,0268 3017	0,0276 3926	0,0284 6130	0,0292 9605	0,0301 4337	0,0310 0305
56	0,0249 3739	0,0257 2249	0,0265 2106	0,0273 3294	0,0281 5796	0,0289 9589	0,0298 4657	0,0307 0977
57	0,0246 3478	0,0254 2225	0,0262 2340	0,0270 3807	0,0278 6606	0,0287 0717	0,0295 6120	0,0304 2792
58	0,0243 4303	0,0251 3287	0,0259 3661	0,0267 5406	0,0275 8502	0,0284 2930	0,0292 8667	0,0301 5690
59	0,0240 6158	0,0248 5380	0,0256 6012	0,0264 8036	0,0273 1430	0,0281 6173	0,0290 2243	0,0298 9616
60	0,0237 8993	0,0245 8452	0,0253 9343	0,0262 1645	0,0270 5336	0,0279 0395	0,0287 6797	0,0296 4518

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$2\frac{1}{4}\%$	$2\frac{3}{8}\%$	$2\frac{1}{2}\%$	$2\frac{5}{8}\%$	$2\frac{3}{4}\%$	$2\frac{7}{8}\%$	3%	$3\frac{1}{8}\%$
1	1,0225 0000	1,0237 5000	1,0250 0000	1,0262 5000	1,0275 0000	1,0287 5000	1,0300 0000	1,0312 5000
2	0,5169 3758	0,5178 8218	0,5188 2716	0,5197 7252	0,5207 1825	0,5216 6436	0,5226 1084	0,5235 5769
3	0,3484 4458	0,3492 9054	0,3501 3787	0,3509 8447	0,3518 3243	0,3526 8107	0,3535 3036	0,3543 8033
4	0,2642 1893	0,2650 1793	0,2658 1788	0,2666 1876	0,2674 2059	0,2682 2335	0,2690 2705	0,2698 3168
5	0,2137 0022	0,2144 7294	0,2152 4686	0,2160 2199	0,2167 9832	0,2175 7585	0,2183 5457	0,2191 3449
6	0,1800 3496	0,1807 9173	0,1815 4997	0,1823 0967	0,1830 7083	0,1838 3344	0,1845 9750	0,1853 6301
7	0,1560 0025	0,1567 4698	0,1574 9543	0,1582 4560	0,1589 9748	0,1597 5106	0,1605 0635	0,1612 6335
8	0,1379 8462	0,1387 2500	0,1394 6735	0,1402 1166	0,1409 5795	0,1417 0620	0,1424 5639	0,1432 0851
9	0,1239 8170	0,1247 1818	0,1254 5689	0,1261 9781	0,1269 4095	0,1276 8630	0,1284 3386	0,1291 8361
10	0,1127 8768	0,1135 2199	0,1142 5877	0,1149 9801	0,1157 3972	0,1164 8389	0,1172 3051	0,1179 7957
11	0,1036 3649	0,1043 6986	0,1051 0596	0,1058 4477	0,1065 8629	0,1073 3052	0,1080 7745	0,1088 2706
12	0,0960 1740	0,0967 5078	0,0974 8713	0,0982 2644	0,0989 6871	0,0997 1393	0,1004 6209	0,1012 1318
13	0,0895 7686	0,0903 1095	0,0910 4827	0,0917 8880	0,0925 3252	0,0932 7944	0,0940 2954	0,0947 8282
14	0,0840 6230	0,0847 9768	0,0855 3653	0,0862 7882	0,0870 2457	0,0877 7375	0,0885 2634	0,0892 8235
15	0,0792 8852	0,0800 2564	0,0807 6646	0,0815 1097	0,0822 5917	0,0830 1105	0,0837 6658	0,0845 2576
16	0,0751 1663	0,0758 5583	0,0765 9899	0,0773 4608	0,0780 9709	0,0788 5203	0,0796 1085	0,0803 7356
17	0,0714 4039	0,0721 8199	0,0729 2777	0,0736 7773	0,0744 3186	0,0751 9013	0,0759 5253	0,0767 1905
18	0,0681 7720	0,0689 2142	0,0696 7008	0,0704 2315	0,0711 8063	0,0719 4248	0,0727 0870	0,0734 7926
19	0,0652 6182	0,0660 0888	0,0667 6062	0,0675 1700	0,0682 7802	0,0690 4365	0,0698 1388	0,0705 8868
20	0,0626 4207	0,0633 9215	0,0641 4713	0,0649 0700	0,0656 7173	0,0664 4131	0,0672 1571	0,0679 9491
21	0,0602 7572	0,0610 2895	0,0617 8733	0,0625 5082	0,0633 1941	0,0640 9307	0,0648 7178	0,0655 5551
22	0,0581 2821	0,0588 8472	0,0596 4660	0,0604 1384	0,0611 8640	0,0619 6426	0,0627 4739	0,0635 3577
23	0,0561 7097	0,0569 3087	0,0576 9638	0,0584 6746	0,0592 4410	0,0600 2626	0,0608 1390	0,0616 0701
24	0,0543 8023	0,0551 4361	0,0559 1282	0,0566 8784	0,0574 6863	0,0582 5517	0,0590 4742	0,0598 4534
25	0,0527 3599	0,0535 0292	0,0542 7592	0,0550 5495	0,0558 3997	0,0566 3096	0,0574 2787	0,0582 3067
26	0,0512 2134	0,0519 9190	0,0527 6875	0,0535 5185	0,0543 4116	0,0551 3666	0,0559 3829	0,0567 4602
27	0,0498 2188	0,0505 9612	0,0513 7687	0,0521 6410	0,0529 5776	0,0537 5781	0,0545 6421	0,0553 7692
28	0,0485 2525	0,0493 0323	0,0500 8793	0,0508 7933	0,0516 7738	0,0524 8203	0,0532 9323	0,0541 1095
29	0,0473 2081	0,0481 0256	0,0488 9127	0,0496 8688	0,0504 8935	0,0512 9863	0,0521 1467	0,0529 3742
30	0,0461 9934	0,0469 8491	0,0477 7764	0,0485 7750	0,0493 8442	0,0501 9836	0,0510 1926	0,0518 4706
31	0,0451 5280	0,0459 4221	0,0467 3900	0,0475 4313	0,0483 5453	0,0491 7315	0,0499 9893	0,0508 3180
32	0,0441 7415	0,0449 6743	0,0457 6831	0,0465 7673	0,0473 9263	0,0482 1595	0,0490 4662	0,0498 8458
33	0,0432 5722	0,0440 5440	0,0448 5938	0,0456 7211	0,0464 9253	0,0473 2055	0,0481 5612	0,0489 9917
34	0,0423 9655	0,0431 9764	0,0440 0675	0,0448 2381	0,0456 4875	0,0464 8149	0,0473 2196	0,0481 7010
35	0,0415 8731	0,0423 9234	0,0432 0558	0,0440 2697	0,0448 5645	0,0456 9391	0,0465 3929	0,0473 9251
36	0,0408 2522	0,0416 3418	0,0424 5158	0,0432 7732	0,0441 1132	0,0449 5351	0,0458 0379	0,0466 6209
37	0,0401 0643	0,0409 1935	0,0417 4090	0,0425 7099	0,0434 0953	0,0442 5644	0,0451 1162	0,0459 7499
38	0,0394 2753	0,0402 4441	0,0410 7012	0,0419 0456	0,0427 4764	0,0435 9926	0,0444 5934	0,0453 2777
39	0,0387 8543	0,0396 0628	0,0404 3615	0,0412 7494	0,0421 2256	0,0429 7889	0,0438 4385	0,0447 1732
40	0,0381 7738	0,0390 0220	0,0398 3623	0,0406 7937	0,0415 3151	0,0423 9255	0,0432 6238	0,0441 4088
41	0,0376 0087	0,0384 2966	0,0392 6786	0,0401 1534	0,0409 7200	0,0418 3773	0,0427 1241	0,0435 9592
42	0,0370 5364	0,0378 8640	0,0387 2876	0,0395 8058	0,0404 4175	0,0413 1216	0,0421 9168	0,0430 8018
43	0,0365 3364	0,0373 7037	0,0382 1688	0,0390 7304	0,0399 3871	0,0408 1378	0,0416 9811	0,0425 9158
44	0,0360 3901	0,0368 7972	0,0377 3037	0,0385 9084	0,0394 6100	0,0403 4071	0,0412 2985	0,0421 2825
45	0,0355 6805	0,0364 1272	0,0372 6752	0,0381 3229	0,0390 0693	0,0398 9127	0,0407 8518	0,0416 8850
46	0,0351 1921	0,0359 6784	0,0368 2676	0,0376 9584	0,0385 7493	0,0394 6388	0,0403 6254	0,0412 7074
47	0,0346 9107	0,0355 4364	0,0364 0669	0,0372 8005	0,0381 6358	0,0390 5712	0,0399 6051	0,0408 7357
48	0,0342 8233	0,0351 3884	0,0360 0599	0,0368 8363	0,0377 7158	0,0386 6968	0,0395 7777	0,0404 9567
49	0,0338 9179	0,0347 5224	0,0356 2348	0,0365 0537	0,0373 9773	0,0383 0038	0,0392 1314	0,0401 3583
50	0,0335 1836	0,0343 8272	0,0352 5806	0,0361 4418	0,0370 4092	0,0379 4809	0,0388 6550	0,0397 9295
51	0,0331 6102	0,0340 2929	0,0349 0870	0,0357 9904	0,0367 0014	0,0376 1180	0,0385 3382	0,0394 6602
52	0,0328 1884	0,0336 9101	0,0345 7446	0,0354 6901	0,0363 7444	0,0372 9057	0,0382 1718	0,0391 5407
53	0,0324 9094	0,0333 6700	0,0342 5449	0,0351 5322	0,0360 6297	0,0369 8354	0,0379 1471	0,0388 5626
54	0,0321 7654	0,0330 5647	0,0339 4799	0,0348 5087	0,0357 6491	0,0366 8989	0,0376 2558	0,0385 7176
55	0,0318 7489	0,0327 5868	0,0336 5419	0,0345 6122	0,0354 7953	0,0364 0889	0,0373 4907	0,0382 9984
56	0,0315 8530	0,0324 7293	0,0333 7243	0,0342 8357	0,0352 0612	0,0361 3983	0,0370 8447	0,0380 3979
57	0,0313 0712	0,0321 9858	0,0331 0204	0,0340 1728	0,0349 4404	0,0358 8208	0,0368 3114	0,0377 9097
58	0,0310 3977	0,0319 3503	0,0328 4244	0,0337 6175	0,0346 9270	0,0356 3503	0,0365 8848	0,0375 5278
59	0,0307 8268	0,0316 8173	0,0325 9307	0,0335 1642	0,0344 5153	0,0353 9813	0,0363 5593	0,0373 2466
60	0,0305 3533	0,0314 3816	0,0323 5340	0,0332 8078	0,0342 2002	0,0351 7084	0,0361 3296	0,0371 0609

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$3\frac{1}{4}\%$	$3\frac{3}{8}\%$	$3\frac{1}{2}\%$	$3\frac{5}{8}\%$	$3\frac{3}{4}\%$	$3\frac{7}{8}\%$	4%	$4\frac{1}{8}\%$
1	1,0325 0000	1,0337 5000	1,0350 0000	1,0362 5000	1,0375 0000	1,0387 5000	1,0400 0000	1,0412 5000
2	0,5245 0492	0,5254 5252	0,5264 0049	0,5273 4883	0,5282 9755	0,5292 4663	0,5301 9608	0,5311 4590
3	0,3552 3095	0,3560 8223	0,3569 3418	0,3577 8678	0,3586 4005	0,3594 9397	0,3603 4854	0,3612 0377
4	0,2706 3724	0,2714 4373	0,2722 5114	0,2730 5948	0,2738 6875	0,2746 7894	0,2754 9005	0,2763 0207
5	0,2199 1560	0,2206 9789	0,2214 8137	0,2222 6604	0,2230 5188	0,2238 3891	0,2246 2711	0,2254 1649
6	0,1861 2997	0,1868 9837	0,1876 6821	0,1884 3949	0,1892 1220	0,1899 8634	0,1907 6190	0,1915 3889
7	0,1620 2204	0,1627 8242	0,1635 4449	0,1643 0825	0,1650 7370	0,1658 4082	0,1666 0961	0,1673 8008
8	0,1439 6263	0,1447 1867	0,1454 7665	0,1462 3656	0,1469 9839	0,1477 6215	0,1485 2783	0,1492 9543
9	0,1299 3555	0,1306 8969	0,1314 4601	0,1322 0450	0,1329 6517	0,1337 2800	0,1344 9299	0,1352 6014
10	0,1187 3107	0,1194 8501	0,1202 4137	0,1210 0015	0,1217 6134	0,1225 2494	0,1232 9094	0,1240 5934
11	0,1095 7936	0,1103 3433	0,1110 9197	0,1118 5226	0,1126 1522	0,1133 8081	0,1141 4904	0,1149 1990
12	0,1019 6719	0,1027 2412	0,1034 8395	0,1042 4668	0,1050 1231	0,1057 8080	0,1065 5217	0,1073 2641
13	0,0955 3925	0,0962 9884	0,0970 6157	0,0978 2744	0,0985 9642	0,0993 6852	0,1001 4373	0,1009 2203
14	0,0900 4176	0,0908 0455	0,0915 7073	0,0923 4027	0,0931 1317	0,0938 8940	0,0946 6897	0,0954 5186
15	0,0852 8858	0,0860 5502	0,0868 2507	0,0875 9871	0,0883 7595	0,0891 5675	0,0899 4110	0,0907 2900
16	0,0811 4013	0,0819 1056	0,0826 8483	0,0834 6292	0,0842 4483	0,0850 3053	0,0858 2000	0,0866 1324
17	0,0774 8966	0,0782 6436	0,0790 4313	0,0798 2595	0,0806 1280	0,0814 0366	0,0821 9852	0,0829 9736
18	0,0742 5415	0,0750 3335	0,0758 1884	0,0766 0461	0,0773 9662	0,0781 9287	0,0789 9333	0,0797 9798
19	0,0713 6804	0,0721 5193	0,0729 4033	0,0737 3322	0,0745 3057	0,0753 3239	0,0761 3862	0,0769 4925
20	0,0687 7889	0,0695 6762	0,0703 6108	0,0711 5924	0,0719 6208	0,0727 6961	0,0735 8175	0,0743 9850
21	0,0664 4424	0,0672 3794	0,0680 3659	0,0688 4015	0,0696 4861	0,0704 6195	0,0712 8011	0,0721 0308
22	0,0643 2936	0,0651 2814	0,0659 3207	0,0667 4113	0,0675 5530	0,0683 7454	0,0691 9881	0,0700 2809
23	0,0624 0555	0,0632 0950	0,0640 1880	0,0648 3345	0,0656 5340	0,0664 7861	0,0673 0906	0,0681 4470
24	0,0606 4891	0,0614 5809	0,0622 7283	0,0630 9312	0,0639 1890	0,0647 5015	0,0655 8683	0,0664 2889
25	0,0590 3933	0,0598 5379	0,0606 7404	0,0615 0001	0,0623 3169	0,0631 6902	0,0640 1196	0,0648 6048
26	0,0575 5981	0,0583 7962	0,0592 0540	0,0600 3710	0,0608 7470	0,0617 1815	0,0625 6738	0,0634 2237
27	0,0561 9588	0,0570 2106	0,0578 5241	0,0586 8988	0,0595 3342	0,0603 8300	0,0612 3854	0,0621 0001
28	0,0549 3512	0,0557 6570	0,0566 0265	0,0574 4590	0,0582 9540	0,0591 5111	0,0600 1298	0,0608 8093
29	0,0537 8683	0,0546 0283	0,0554 4538	0,0562 9444	0,0571 4991	0,0580 1176	0,0588 7993	0,0597 5437
30	0,0526 8172	0,0535 2316	0,0543 7133	0,0552 2618	0,0560 8763	0,0569 5562	0,0578 3010	0,0587 1100
31	0,0516 7172	0,0525 1861	0,0533 7240	0,0542 3304	0,0551 0046	0,0559 7458	0,0568 5535	0,0577 4269
32	0,0507 2976	0,0515 8209	0,0524 4150	0,0533 0793	0,0541 8131	0,0550 6155	0,0559 4859	0,0568 4235
33	0,0498 4961	0,0507 0739	0,0515 7242	0,0524 4463	0,0533 2395	0,0542 1028	0,0551 0357	0,0560 0371
34	0,0490 2581	0,0498 8903	0,0507 5966	0,0516 3763	0,0525 2287	0,0534 1527	0,0543 1477	0,0552 2127
35	0,0482 5348	0,0491 2213	0,0499 9835	0,0508 8207	0,0517 7320	0,0526 7165	0,0535 7732	0,0544 9013
36	0,0475 2831	0,0484 0237	0,0492 8416	0,0501 7361	0,0510 7060	0,0519 7506	0,0528 8688	0,0538 0596
37	0,0468 4645	0,0477 2590	0,0486 1325	0,0495 0840	0,0504 1122	0,0513 2165	0,0522 3956	0,0531 6487
38	0,0462 0445	0,0470 8927	0,0479 8214	0,0488 8295	0,0497 9159	0,0507 0795	0,0516 3192	0,0525 6340
39	0,0455 9920	0,0464 8938	0,0473 8775	0,0482 9419	0,0492 0860	0,0501 3085	0,0510 6083	0,0519 9842
40	0,0450 2794	0,0459 2345	0,0468 2728	0,0477 3932	0,0486 5946	0,0495 8755	0,0505 2349	0,0514 6714
41	0,0444 8814	0,0453 8895	0,0462 9822	0,0472 1582	0,0481 4165	0,0490 7553	0,0500 1738	0,0509 6703
42	0,0439 7753	0,0448 8360	0,0457 9828	0,0467 2141	0,0476 5287	0,0485 9251	0,0495 4020	0,0504 9580
43	0,0434 9403	0,0444 0535	0,0453 2539	0,0462 5401	0,0471 9106	0,0481 3640	0,0490 8989	0,0500 5137
44	0,0430 3579	0,0439 5232	0,0448 7768	0,0458 1174	0,0467 5434	0,0477 0532	0,0486 6454	0,0496 3184
45	0,0426 0109	0,0435 2279	0,0444 5343	0,0453 9289	0,0463 4098	0,0472 9756	0,0482 6246	0,0492 3551
46	0,0421 8835	0,0431 1519	0,0440 5108	0,0449 9589	0,0459 4943	0,0469 1154	0,0478 8205	0,0488 6079
47	0,0417 9616	0,0427 2809	0,0436 6919	0,0446 1990	0,0455 7824	0,0465 4582	0,0475 2189	0,0485 0625
48	0,0414 2320	0,0423 6019	0,0433 0646	0,0442 6182	0,0452 2610	0,0461 9909	0,0471 8065	0,0481 7056
49	0,0410 6828	0,0420 1028	0,0429 6167	0,0439 2223	0,0448 9179	0,0458 7015	0,0468 5712	0,0478 5251
50	0,0407 3028	0,0416 7726	0,0426 3371	0,0435 9943	0,0445 7422	0,0455 5787	0,0465 5020	0,0475 5099
51	0,0404 0817	0,0413 6009	0,0423 2156	0,0432 9239	0,0442 7235	0,0452 6124	0,0462 5885	0,0472 6497
52	0,0401 0103	0,0410 5784	0,0420 2428	0,0430 0016	0,0439 8523	0,0449 7929	0,0459 8212	0,0469 9350
53	0,0398 0797	0,0407 6963	0,0417 4100	0,0427 2186	0,0437 1199	0,0447 1116	0,0457 1915	0,0467 3571
54	0,0395 2819	0,0404 9465	0,0414 7090	0,0424 5670	0,0434 5183	0,0444 5604	0,0454 6910	0,0464 9078
55	0,0392 6095	0,0402 3216	0,0412 1323	0,0422 0391	0,0432 0398	0,0442 1317	0,0452 3124	0,0462 5796
56	0,0390 0553	0,0399 8145	0,0409 6730	0,0419 6281	0,0429 6775	0,0439 8185	0,0450 0487	0,0460 3654
57	0,0387 6131	0,0397 4189	0,0407 3245	0,0417 3274	0,0427 4249	0,0437 6144	0,0447 8932	0,0458 2588
58	0,0385 2767	0,0395 1286	0,0405 0810	0,0415 1310	0,0425 2760	0,0435 5133	0,0445 8401	0,0456 2538
59	0,0383 0405	0,0392 9381	0,0402 9366	0,0413 0332	0,0423 2251	0,0433 5095	0,0443 8836	0,0454 3446
60	0,0380 8993	0,0390 8421	0,0400 8862	0,0411 0283	0,0421 2670	0,0431 5978	0,0442 0185	0,0452 5260

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$4\frac{1}{4}\%$	$4\frac{3}{8}\%$	$4\frac{1}{2}\%$	$4\frac{5}{8}\%$	$4\frac{3}{4}\%$	$4\frac{7}{8}\%$	5%	$5\frac{1}{8}\%$
1	1,0425 0000	1,0437 5000	1,0450 0000	1,0462 5000	1,0475 0000	1,0487 5000	1,0500 0000	1,0512 5000
2	0,5320 9608	0,5330 4664	0,5339 9756	0,5349 4884	0,5359 0049	0,5368 5250	0,5378 0488	0,5387 5762
3	0,3620 5965	0,3629 1618	0,3637 7336	0,3646 3119	0,3654 8967	0,3663 4879	0,3672 0856	0,3680 6898
4	0,2771 1502	0,2779 2888	0,2787 4365	0,2795 5933	0,2803 7592	0,2811 9343	0,2820 1183	0,2828 3114
5	0,2262 0704	0,2269 9876	0,2277 9164	0,2285 8569	0,2293 8090	0,2301 7727	0,2309 7480	0,2317 7349
6	0,1923 1731	0,1930 9714	0,1938 7839	0,1946 6105	0,1954 4512	0,1962 3059	0,1970 1747	0,1978 0575
7	0,1681 5221	0,1689 2601	0,1697 0147	0,1704 7858	0,1712 5735	0,1720 3776	0,1728 1982	0,1736 0352
8	0,1500 6493	0,1508 3634	0,1516 0965	0,1523 8486	0,1531 6196	0,1539 4095	0,1547 2181	0,1555 0455
9	0,1360 2944	0,1368 0089	0,1375 7447	0,1383 5019	0,1391 2803	0,1399 0800	0,1406 9008	0,1414 7427
10	0,1248 3012	0,1256 0323	0,1263 7882	0,1271 5673	0,1279 3700	0,1287 1961	0,1295 0458	0,1302 9188
11	0,1156 9338	0,1164 6948	0,1172 4818	0,1180 2948	0,1188 1337	0,1195 9985	0,1203 8889	0,1211 8050
12	0,1081 0349	0,1088 8342	0,1096 6619	0,1104 5178	0,1112 4018	0,1120 3140	0,1128 2541	0,1136 2221
13	0,1017 0340	0,1024 8784	0,1032 7535	0,1040 6591	0,1048 5950	0,1056 5613	0,1064 5577	0,1072 5841
14	0,0962 3806	0,0970 2754	0,0978 2032	0,0986 1636	0,0994 1565	0,1002 1820	0,1010 2397	0,1018 3296
15	0,0915 2043	0,0923 1536	0,0931 1381	0,0939 1573	0,0947 2113	0,0955 2999	0,0963 4229	0,0971 5801
16	0,0874 1022	0,0882 1094	0,0890 1537	0,0898 2349	0,0906 3531	0,0914 5079	0,0922 6991	0,0930 9266
17	0,0838 0016	0,0846 0691	0,0854 1758	0,0862 3216	0,0870 5063	0,0878 7296	0,0886 9911	0,0895 2915
18	0,0806 0681	0,0814 1979	0,0822 3690	0,0830 5812	0,0838 8343	0,0847 1280	0,0855 4622	0,0863 8367
19	0,0777 6427	0,0785 8364	0,0794 0734	0,0802 3536	0,0810 6766	0,0819 0422	0,0827 4501	0,0835 9002
20	0,0752 1983	0,0760 4572	0,0768 7614	0,0777 1107	0,0785 5047	0,0793 9432	0,0802 4259	0,0810 9525
21	0,0729 3083	0,0737 6334	0,0746 0057	0,0754 4249	0,0762 8907	0,0771 4030	0,0779 9511	0,0788 5650
22	0,0708 6234	0,0717 0154	0,0725 4565	0,0733 9463	0,0742 4846	0,0751 0710	0,0759 7051	0,0768 3866
23	0,0689 8552	0,0698 3146	0,0706 8249	0,0715 3858	0,0723 9969	0,0732 6578	0,0741 3682	0,0750 1276
24	0,0672 7631	0,0681 2904	0,0689 8703	0,0698 5025	0,0707 1867	0,0715 9223	0,0724 7090	0,0733 5463
25	0,0657 1452	0,0665 7405	0,0674 3903	0,0683 0940	0,0691 8513	0,0700 6616	0,0709 5246	0,0718 4397
26	0,0642 8306	0,0651 4941	0,0660 2137	0,0668 9887	0,0677 8192	0,0686 7041	0,0695 6432	0,0704 6359
27	0,0629 6736	0,0638 4052	0,0647 1946	0,0656 0412	0,0664 9444	0,0673 9037	0,0682 9186	0,0691 9885
28	0,0617 5493	0,0626 3490	0,0635 2081	0,0644 1258	0,0653 1016	0,0662 1350	0,0671 2253	0,0680 3719
29	0,0606 3500	0,0615 2177	0,0624 1461	0,0633 1348	0,0642 1829	0,0651 2900	0,0660 4551	0,0669 6780
30	0,0595 9825	0,0604 9179	0,0613 9154	0,0622 9746	0,0632 0945	0,0641 2747	0,0650 5144	0,0659 8129
31	0,0586 3654	0,0595 3681	0,0604 4345	0,0613 5637	0,0622 7550	0,0632 0078	0,0641 3212	0,0650 6945
32	0,0577 4276	0,0586 4973	0,0595 6320	0,0604 8308	0,0614 0929	0,0623 4177	0,0632 8042	0,0642 2517
33	0,0569 1065	0,0578 2468	0,0587 4453	0,0596 7132	0,0606 0455	0,0615 4416	0,0624 9004	0,0634 4213
34	0,0561 3469	0,0570 5493	0,0579 8191	0,0589 1554	0,0598 5574	0,0608 0240	0,0617 5545	0,0627 1477
35	0,0554 0999	0,0563 3679	0,0572 7045	0,0582 1086	0,0591 5794	0,0601 1159	0,0610 7171	0,0620 3820
36	0,0547 3221	0,0556 6551	0,0566 0578	0,0575 5291	0,0585 0680	0,0594 6735	0,0604 3446	0,0614 0801
37	0,0540 9745	0,0550 3720	0,0559 8402	0,0569 3780	0,0578 9843	0,0588 6580	0,0598 3979	0,0608 2032
38	0,0535 0226	0,0544 4839	0,0554 0169	0,0563 6204	0,0573 2932	0,0583 0342	0,0592 8423	0,0602 7162
39	0,0529 4350	0,0538 9596	0,0548 5567	0,0558 2251	0,0567 9637	0,0577 7711	0,0587 6462	0,0597 5878
40	0,0524 1838	0,0533 7710	0,0543 4315	0,0553 1640	0,0562 9675	0,0572 8404	0,0582 7816	0,0592 7898
41	0,0519 2437	0,0528 8927	0,0538 6158	0,0548 4117	0,0558 2791	0,0568 2186	0,0578 2229	0,0588 2966
42	0,0514 5918	0,0524 3018	0,0534 0868	0,0543 9452	0,0553 8756	0,0563 8768	0,0573 9471	0,0584 0853
43	0,0510 2071	0,0519 9775	0,0529 8235	0,0539 7435	0,0549 7362	0,0559 8000	0,0569 9333	0,0580 1349
44	0,0506 0708	0,0515 9008	0,0525 8071	0,0535 7879	0,0545 8417	0,0555 9671	0,0566 1625	0,0576 4263
45	0,0502 1657	0,0512 0546	0,0522 0202	0,0532 0609	0,0542 1750	0,0552 3611	0,0562 6173	0,0572 9422
46	0,0498 4760	0,0508 4229	0,0518 4471	0,0528 5468	0,0538 7203	0,0548 9560	0,0559 2820	0,0569 6669
47	0,0494 9873	0,0504 9915	0,0515 0734	0,0525 2311	0,0535 4630	0,0545 7673	0,0556 1421	0,0566 5858
48	0,0491 6864	0,0501 7471	0,0511 8858	0,0522 1007	0,0532 3900	0,0542 7518	0,0553 1843	0,0563 6857
49	0,0488 5611	0,0498 6775	0,0508 8722	0,0519 1434	0,0529 4891	0,0539 9074	0,0550 3965	0,0560 9544
50	0,0485 6005	0,0495 7717	0,0506 0215	0,0516 3480	0,0526 7490	0,0537 2228	0,0547 7674	0,0558 3807
51	0,0482 7940	0,0493 0192	0,0503 3232	0,0513 7040	0,0524 1595	0,0534 6878	0,0545 2867	0,0555 9543
52	0,0480 1322	0,0490 4106	0,0500 7679	0,0511 2021	0,0521 7111	0,0532 2928	0,0542 9450	0,0553 6656
53	0,0477 6064	0,0487 9371	0,0498 3469	0,0508 8336	0,0519 3950	0,0530 0290	0,0540 7334	0,0551 5060
54	0,0475 2084	0,0485 5906	0,0496 0519	0,0506 5901	0,0517 2030	0,0527 8883	0,0538 6438	0,0549 4673
55	0,0472 9307	0,0483 3635	0,0493 8754	0,0504 4642	0,0515 1276	0,0525 8631	0,0536 6686	0,0547 5418
56	0,0470 7663	0,0481 2488	0,0491 8105	0,0502 4490	0,0513 1618	0,0523 9465	0,0534 8010	0,0545 7227
57	0,0468 7086	0,0479 2399	0,0489 8506	0,0500 5378	0,0511 2991	0,0522 1320	0,0533 0343	0,0544 0035
58	0,0466 7517	0,0477 3312	0,0487 9897	0,0498 7246	0,0509 5334	0,0520 4135	0,0531 3625	0,0542 3781
59	0,0464 8899	0,0475 5166	0,0486 2221	0,0497 0038	0,0507 8591	0,0518 7854	0,0529 7802	0,0540 8410
60	0,0463 1178	0,0473 7909	0,0484 5426	0,0495 3701	0,0506 2709	0,0517 2424	0,0528 2818	0,0539 3868

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$5\frac{1}{4}\%$	$5\frac{3}{8}\%$	$5\frac{1}{2}\%$	$5\frac{5}{8}\%$	$5\frac{3}{4}\%$	$5\frac{7}{8}\%$	6%	$6\frac{1}{4}\%$
1	1,0525 0000	1,0537 5000	1,0550 0000	1,0562 5000	1,0575 0000	1,0587 5000	1,0600 0000	1,0625 0000
2	0,5397 1072	0,5406 6418	0,5416 1800	0,5425 7219	0,5435 2673	0,5444 8163	0,5454 3689	0,5473 4848
3	0,3689 3004	0,3697 9174	0,3706 5407	0,3715 1705	0,3723 8067	0,3732 4492	0,3741 0981	0,3758 4149
4	0,2836 5136	0,2844 7247	0,2852 9449	0,2861 1739	0,2869 4120	0,2877 6590	0,2885 9149	0,2902 4534
5	0,2325 7332	0,2333 7430	0,2341 7644	0,2349 7972	0,2357 8414	0,2365 8970	0,2373 9640	0,2390 1321
6	0,1985 9542	0,1993 8649	0,2001 7895	0,2009 7279	0,2017 6802	0,2025 6463	0,2033 6263	0,2049 6273
7	0,1743 8885	0,1751 7582	0,1759 6442	0,1767 5464	0,1775 4648	0,1783 3994	0,1791 3502	0,1807 2999
8	0,1562 8917	0,1570 7566	0,1578 6401	0,1586 5422	0,1594 4628	0,1602 4019	0,1610 3594	0,1626 3296
9	0,1422 6057	0,1430 4897	0,1438 3946	0,1446 3204	0,1454 2670	0,1462 2343	0,1470 2224	0,1486 2603
10	0,1310 8152	0,1318 7348	0,1326 6777	0,1334 6437	0,1342 6327	0,1350 6447	0,1358 6796	0,1374 8180
11	0,1219 7467	0,1227 7139	0,1235 7065	0,1243 7245	0,1251 7676	0,1259 8360	0,1267 9294	0,1284 1911
12	0,1144 2178	0,1152 2413	0,1160 2923	0,1168 3708	0,1176 4767	0,1184 6099	0,1192 7703	0,1209 1722
13	0,1080 6405	0,1088 7267	0,1096 8426	0,1104 9881	0,1113 1631	0,1121 3674	0,1129 6011	0,1146 1555
14	0,1026 4516	0,1034 6055	0,1042 7912	0,1051 0085	0,1059 2574	0,1067 5376	0,1075 8491	0,1092 5653
15	0,0979 7715	0,0987 9968	0,0996 2560	0,1004 5488	0,1012 8751	0,1021 2348	0,1029 6276	0,1046 5123
16	0,0939 1903	0,0947 4899	0,0955 8254	0,0964 1964	0,0972 6029	0,0981 0446	0,0989 5214	0,1006 5795
17	0,0903 6297	0,0912 0058	0,0920 4197	0,0928 8710	0,0937 3597	0,0945 8854	0,0954 4480	0,0971 6833
18	0,0872 2511	0,0880 7054	0,0889 1992	0,0897 7323	0,0906 3046	0,0914 9157	0,0923 5654	0,0940 9799
19	0,0844 3921	0,0852 9256	0,0861 5005	0,0870 1165	0,0878 7734	0,0887 4708	0,0896 2086	0,0913 8040
20	0,0819 5228	0,0828 1365	0,0836 7933	0,0845 4929	0,0854 2350	0,0863 0193	0,0871 8456	0,0889 6227
21	0,0797 2142	0,0805 9086	0,0814 6477	0,0823 4313	0,0832 2590	0,0841 1305	0,0850 0455	0,0868 0045
22	0,0777 1153	0,0785 8906	0,0794 7123	0,0803 5800	0,0812 4934	0,0821 4521	0,0830 4557	0,0848 5962
23	0,0758 9358	0,0767 7922	0,0776 6965	0,0785 6483	0,0794 6472	0,0803 6929	0,0812 7848	0,0831 1061
24	0,0742 4339	0,0751 3713	0,0760 3580	0,0769 3938	0,0778 4780	0,0787 6102	0,0796 7900	0,0815 2909
25	0,0727 4066	0,0736 4247	0,0745 4935	0,0754 6127	0,0763 7817	0,0773 0000	0,0782 2672	0,0800 9462
26	0,0713 6817	0,0722 7802	0,0731 9307	0,0741 1328	0,0750 3860	0,0759 6897	0,0769 0435	0,0787 8989
27	0,0701 1129	0,0710 2912	0,0719 5229	0,0728 8072	0,0738 1439	0,0747 5322	0,0756 9717	0,0776 0014
28	0,0689 5744	0,0698 8319	0,0708 1440	0,0717 5100	0,0726 9293	0,0736 4014	0,0745 9255	0,0765 1275
29	0,0678 9578	0,0688 2939	0,0697 6857	0,0707 1325	0,0716 6335	0,0726 1884	0,0735 7961	0,0755 1680
30	0,0669 1693	0,0678 5833	0,0688 0539	0,0697 5805	0,0707 1623	0,0716 7989	0,0726 4891	0,0746 0284
31	0,0660 1270	0,0669 6180	0,0679 1665	0,0688 7720	0,0698 4336	0,0708 1507	0,0717 9222	0,0737 6261
32	0,0651 7593	0,0661 3263	0,0670 9519	0,0680 6352	0,0690 3754	0,0700 1718	0,0710 0234	0,0729 8892
33	0,0644 0032	0,0653 6453	0,0663 3469	0,0673 1069	0,0682 9246	0,0692 7990	0,0702 7293	0,0722 7543
34	0,0636 8030	0,0646 5193	0,0656 2958	0,0666 1314	0,0676 0254	0,0685 9766	0,0695 9843	0,0716 1656
35	0,0630 1096	0,0639 8990	0,0649 7493	0,0659 6593	0,0669 6283	0,0679 6550	0,0689 7386	0,0710 0729
36	0,0623 8791	0,0633 7406	0,0643 6635	0,0653 6467	0,0663 6893	0,0673 7902	0,0683 9483	0,0704 4324
37	0,0618 0725	0,0628 0049	0,0637 9993	0,0648 0545	0,0658 1694	0,0668 3431	0,0678 5743	0,0699 2051
38	0,0612 6548	0,0622 6570	0,0632 7216	0,0642 8475	0,0653 0335	0,0663 2785	0,0673 5812	0,0694 3557
39	0,0607 5946	0,0617 6655	0,0627 7991	0,0637 9944	0,0648 2500	0,0658 5649	0,0668 9377	0,0689 8526
40	0,0602 8636	0,0613 0020	0,0623 2034	0,0633 4667	0,0643 7907	0,0654 1740	0,0664 6154	0,0685 6675
41	0,0598 4365	0,0608 6410	0,0618 9090	0,0629 2390	0,0639 6299	0,0650 0801	0,0660 5886	0,0681 7746
42	0,0594 2899	0,0604 5595	0,0614 8927	0,0625 2881	0,0635 7445	0,0646 2602	0,0656 8342	0,0678 1507
43	0,0590 4030	0,0600 7365	0,0611 1337	0,0621 5932	0,0632 1135	0,0642 6933	0,0653 3312	0,0674 7754
44	0,0586 7569	0,0597 1529	0,0607 6128	0,0618 1349	0,0628 7179	0,0639 3603	0,0650 0606	0,0671 6290
45	0,0583 3341	0,0593 7914	0,0604 3127	0,0614 8961	0,0625 5404	0,0636 2438	0,0647 0050	0,0668 6944
46	0,0580 1188	0,0590 6363	0,0601 2175	0,0611 8609	0,0622 5650	0,0633 3280	0,0644 1485	0,0665 9557
47	0,0577 0966	0,0587 6729	0,0598 3129	0,0609 0149	0,0619 7773	0,0630 5985	0,0641 4768	0,0663 3985
48	0,0574 2542	0,0584 8880	0,0595 5854	0,0606 3447	0,0617 1641	0,0628 0420	0,0638 9766	0,0661 0096
49	0,0571 5794	0,0582 2695	0,0593 0230	0,0603 8382	0,0614 7131	0,0625 6462	0,0636 6356	0,0658 7770
50	0,0569 0609	0,0579 8062	0,0590 6145	0,0601 4842	0,0612 4133	0,0623 4001	0,0634 4429	0,0656 6894
51	0,0566 6886	0,0577 4877	0,0588 3495	0,0599 2724	0,0610 2543	0,0621 2934	0,0632 3880	0,0654 7366
52	0,0564 4528	0,0575 3045	0,0586 2186	0,0597 1933	0,0608 2266	0,0619 3167	0,0630 4617	0,0652 9092
53	0,0562 3449	0,0573 2479	0,0584 2130	0,0595 2382	0,0606 3216	0,0617 4611	0,0628 6551	0,0651 1986
54	0,0560 3566	0,0571 3098	0,0582 3245	0,0593 3989	0,0604 5310	0,0615 7187	0,0626 9602	0,0649 5969
55	0,0558 4805	0,0569 4826	0,0580 5458	0,0591 6681	0,0602 8475	0,0614 0820	0,0625 3696	0,0648 0966
56	0,0556 7096	0,0567 7593	0,0578 8697	0,0590 0387	0,0601 2642	0,0612 5441	0,0623 8765	0,0646 6908
57	0,0555 0374	0,0566 1336	0,0577 2900	0,0588 5044	0,0599 7746	0,0611 0986	0,0622 4744	0,0645 3733
58	0,0553 4579	0,0564 5994	0,0575 8006	0,0587 0591	0,0598 3727	0,0609 7395	0,0621 1574	0,0644 1382
59	0,0551 9655	0,0563 1512	0,0574 3959	0,0585 6973	0,0597 0532	0,0608 4614	0,0619 9200	0,0642 9800
60	0,0550 5549	0,0561 7836	0,0573 0707	0,0584 4138	0,0595 8106	0,0607 2592	0,0618 7572	0,0641 8938

TÁBUA V

Valor do têrmo de uma renda unitária imediata

$$a = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{ru^n}{u^n - 1}$$

n	$6\frac{1}{2}\%$	$6\frac{3}{4}\%$	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0650 0000	1,0675 0000	1,0700 0000	1,080 000 00	1,090 000 00	1,100 000 00	1,110 000 00	1,120 000 00
2	0,5492 6150	0,5511 7594	0,5530 9179	0,560 769 23	0,568 468 90	0,576 190 47	0,583 933 65	0,591 698 11
3	0,3775 7570	0,3793 1243	0,3810 5166	0,388 033 51	0,395 054 76	0,402 114 80	0,409 213 07	0,416 348 98
4	0,2919 0274	0,2935 6367	0,2952 2812	0,301 920 80	0,308 668 66	0,315 470 80	0,322 326 35	0,329 234 44
5	0,2406 3454	0,2422 6037	0,2438 9069	0,250 456 45	0,257 092 46	0,263 797 48	0,270 570 31	0,277 409 73
6	0,2065 6837	0,2081 7934	0,2097 9580	0,216 315 39	0,222 919 78	0,229 607 38	0,236 376 56	0,243 225 72
7	0,1823 3137	0,1839 3912	0,1855 5322	0,192 072 40	0,198 690 52	0,205 405 50	0,212 215 27	0,219 117 74
8	0,1642 3730	0,1658 4891	0,1674 6776	0,174 014 76	0,180 674 38	0,187 444 02	0,194 321 05	0,201 302 84
9	0,1502 3803	0,1518 5820	0,1534 8647	0,160 079 71	0,166 798 80	0,173 640 54	0,180 601 66	0,187 678 89
10	0,1391 0469	0,1407 3662	0,1423 7750	0,149 029 49	0,155 820 09	0,162 745 39	0,169 801 43	0,176 984 16
11	0,1300 5521	0,1317 0116	0,1333 5690	0,140 076 34	0,146 946 66	0,153 963 14	0,161 121 01	0,168 415 40
12	0,1225 6817	0,1242 2979	0,1259 0199	0,132 695 02	0,139 650 66	0,146 763 32	0 154 027 29	0,161 436 81
13	0,1162 8256	0,1179 6102	0,1196 5085	0,126 521 81	0,133 566 56	0,140 778 52	0,148 150 99	0,155 677 20
14	0,1109 4048	0,1126 3666	0,1143 4494	0,121 296 85	0,128 433 17	0,135 746 22	0,143 228 20	0,150 871 25
15	0,1063 5272	0,1080 6729	0,1097 9462	0,116 829 54	0,124 058 88	0 131 473 78	0,139 065 24	0,146 824 24
16	0,1023 7757	0,1041 1085	0,1058 5765	0,112 976 87	0,120 299 91	0,127 816 62	0,135 516 75	0,143 390 02
17	0,0989 0633	0,1006 5867	0,1024 2519	0,109 629 43	0,117 046 25	0,124 664 13	0,132 471 48	0,140 456 73
18	0,0958 5461	0,0976 2621	0,0994 1260	0,106 702 10	0,114 212 29	0,121 930 22	0,129 842 87	0,137 937 31
19	0,0931 5573	0,0949 4669	0,0967 5302	0,104 127 63	0,111 730 41	0,119 546 87	0,127 562 50	0,135 763 00
20	0,0907 5640	0,0925 6669	0,0943 9293	0,101 852 21	0,109 546 48	0,117 459 62	0,125 575 64	0,133 878 78
21	0,0886 1333	0,0904 4294	0,0922 8900	0,099 832 25	0,107 616 63	0,115 624 39	0,123 837 93	0,132 240 09
22	0,0866 9120	0,0885 4002	0,0904 0577	0,098 032 07	0,105 904 99	0,114 005 06	0,122 313 10	0,130 810 51
23	0,0849 6078	0,0868 2866	0,0887 1393	0,096 422 17	0,104 381 88	0,112 571 81	0,120 971 18	0,129 559 96
24	0,0833 9770	0,0852 8446	0,0871 3902	0,094 977 96	0,103 022 56	0,111 299 78	0,119 787 21	0,128 463 44
25	0,0819 8148	0,0838 8691	0,0858 1052	0,093 678 78	0,101 806 25	0,110 168 07	0,118 740 24	0,127 499 97
26	0,0806 9480	0,0826 1865	0,0845 6103	0,092 507 13	0,100 715 36	0,109 159 04	0,117 812 58	0,126 651 86
27	0,0795 2288	0,0814 6489	0,0834 2573	0,091 448 10	0,099 734 91	0,108 257 64	0,116 989 16	0,125 904 09
28	0,0784 5305	0,0804 1291	0,0823 9193	0,090 488 91	0,098 852 05	0,107 451 01	0,116 257 15	0,125 243 87
29	0,0774 7440	0,0794 5186	0,0814 4865	0,089 618 54	0,098 055 72	0,106 728 07	0,115 605 47	0,124 660 21
30	0,0765 7744	0,0785 7215	0,0805 8640	0,088 827 43	0,097 336 35	0,106 079 25	0,115 024 60	0,124 143 66
31	0,0757 5393	0,0777 6557	0,0797 9691	0,088 107 28	0,096 685 60	0,105 496 21	0,114 506 27	0 123 686 06
32	0,0749 9664	0,0770 2486	0,0790 7292	0,087 450 81	0,096 096 19	0,104 971 72	0,114 043 29	0,123 280 33
33	0,0742 9924	0,0763 4368	0,0784 0807	0,086 851 63	0,095 561 73	0,104 499 41	0,113 629 38	0,122 920 31
34	0,0736 5610	0,0757 1641	0,0777 9674	0,086 304 11	0,095 076 60	0,104 073 71	0,113 259 05	0,122 600 64
35	0,0730 6226	0,0751 3808	0,0772 3396	0,085 803 26	0,094 635 84	0,103 689 71	0,112 927 49	0,122 316 62
36	0,0725 1332	0,0746 0428	0,0767 1531	0,085 344 67	0,094 235 05	0,103 343 06	0,112 630 44	0,122 064 14
37	0,0720 0534	0,0741 1106	0,0762 3685	0,084 924 40	0,093 870 33	0,103 029 94	0,112 364 16	0,121 839 59
38	0,0715 3480	0,0736 5492	0,0757 9505	0,084 538 94	0,093 538 20	0,102 746 92	0,112 125 35	0,121 639 80
39	0,0710 9854	0,0732 3268	0,0753 8676	0,084 185 13	0,093 235 55	0,102 490 98	0,111 911 07	0,121 461 97
40	0,0706 9373	0,0728 4151	0,0750 0914	0,083 860 16	0,092 959 61	0,102 259 41	0,111 718 73	0,121 303 63
41	0,0703 1779	0,0724 7884	0,0746 5962	0,083 561 49	0,092 707 89	0,102 049 80	0,111 546 01	0,121 162 60
42	0,0699 6842	0,0721 4237	0,0743 3591	0,083 286 84	0,092 478 14	0,101 859 99	0,111 390 86	0,121 036 96
43	0,0696 4353	0,0718 2999	0,0740 3590	0,083 034 14	0,092 268 37	0,101 688 05	0,111 251 46	0,120 925 00
44	0,0693 4119	0,0715 3981	0,0737 5769	0,082 801 52	0,092 076 75	0,101 532 24	0,111 126 17	0,120 825 21
45	0,0690 5968	0,0712 7010	0,0734 9957	0,082 587 28	0,091 901 65	0,101 391 00	0,111 013 54	0,120 736 25
46	0,0687 9743	0,0710 1928	0,0732 5996	0,082 389 91	0,091 741 60	0,101 262 95	0,110 912 27	0,120 656 94
47	0,0685 5300	0,0707 8591	0,0730 3744	0,082 207 99	0,091 595 25	0,101 146 82	0,110 821 19	0,120 586 21
48	0,0683 2506	0,0705 6869	0,0728 3070	0,082 040 27	0,091 461 39	0,101 041 48	0,110 739 26	0,120 523 12
49	0,0681 1240	0,0703 6641	0,0726 3853	0,081 886 57	0,091 338 93	0,100 945 90	0,110 665 56	0,120 466 86
50	0,0679 1393	0,0701 7798	0,0724 5985	0,081 742 86	0,091 226 87	0,100 859 17	0,110 599 24	0,120 416 66
51	0,0677 2861	0,0700 0236	0,0722 9365	0,081 611 16	0,091 124 30	0,100 780 46	0,110 539 57	0,120 371 88
52	0,0675 5553	0,0698 3865	0,0721 3901	0,081 489 59	0,091 030 41	0,100 709 00	0,110 485 86	0,120 331 93
53	0,0673 9382	0,0696 8599	0,0719 9509	0,081 377 35	0,090 944 43	0,100 644 13	0,110 437 52	0,120 296 28
54	0,0672 4267	0,0695 4358	0,0718 6110	0,081 273 70	0,090 865 70	0,100 585 23	0,110 394 01	0,120 264 46
55	0,0671 0137	0,0694 1070	0,0717 3633	0,081 177 96	0,090 793 59	0,100 531 75	0,110 354 84	0,120 236 07
56	0,0669 6923	0,0692 8669	0,0716 2011	0,081 089 52	0,090 727 54	0,100 483 17	0,110 319 57	0,120 210 73
57	0,0668 4563	0,0691 7091	0,0715 1183	0,081 007 80	0,090 667 02	0,100 439 06	0,110 287 82	0,120 188 12
58	0,0667 2999	0,0690 6281	0,0714 1093	0,080 932 27	0,090 611 57	0,100 398 98	0,110 259 23	0,120 167 94
59	0,0666 2177	0,0689 6185	0,0713 1689	0,080 862 47	0,090 560 76	0,100 362 58	0,110 233 48	0,120 149 92
60	0,0665 2047	0,0688 6754	0,0712 2923	0,080 797 95	0,090 514 19	0,100 329 51	0,110 210 30	0,120 133 84

TABELA PRICE

Prestações mensais correspondentes a amortização e juros de 1 000 unidades monetárias durante t anos

$$a = \frac{D}{1\,000} \; \frac{1}{a_{\overline{12\,t}|}}$$

Ano	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	85,607 48	86,066 43	86,526 75	86,988 43	87,451 48	87,915 89	88,381 66	88,848 79
2	43,871 39	44,320 61	44,772 58	45,227 29	45,684 74	46,144 93	46,607 84	47,073 47
3	29,970 90	30,421 94	30,877 10	31,336 37	31,799 73	32,267 19	32,738 72	33,214 31
4	23,029 29	23,485 03	23,946 24	24,412 92	24,885 04	25,362 58	25,845 52	26,333 84
5	18,871 23	19,332 80	19,801 20	20,276,39	20,758 36	21,247 04	21,742 42	22,244 45
6	16,104 93	16,572 89	17,049 01	17,533 24	18,025 54	18,525 84	19,034 08	19,550 19
7	14,133 91	14,608 55	15,092 68	15,586 21	16,089 08	16,601 18	17,122 44	17,652 73
8	12,659 92	13,141 43	13,633 72	14,136 68	14,650 20	15,174 16	15,708 43	16,252 84
9	11,517 27	12,005 75	12,506 28	13,018 71	13,542 91	14,078 69	14,625 86	15,184 23
10	10,606 55	11,102 05	11,610 85	12,132 76	12,667 58	13,215 07	13,775 00	14,347 09
11	9,864 49	10,367 03	10,884 10	11,415 45	11,960 80	12,519 88	13,092 35	13,677 88
12	9,248 90	9,758 50	10,283 81	10,824 53	11,380 31	11,950 78	12,535 55	13,134 19
13	8,730 60	9,247 23	9,780 74	10,330 74	10,896 81	11,478 48	12,075 27	12,686 66
14	8,288 71	8,812 36	9,354 01	9,913 18	10,489 38	11,082 03	11,690 54	12,314 30
15	7,907 94	8,438 57	8,988 28	9,556 52	10,142 67	10,746 05	11,365 97	12,001 68
16	7,576 81	8,114 38	8,672 08	9,249 25	9,845 16	10,459 02	11,090 00	11,737 25
17	7,286 55	7,831 01	8,396 61	8,982 57	9,588 04	10,212 10	10,853 81	11,512 16
18	7,030 34	7,581 62	8,155 02	8,749 63	9,364 45	9,998 44	10,650 50	11,319 50
19	6,802 78	7,360 83	7,941 92	8,545 01	9,168 97	9,812 59	10,474 64	11,153 86
20	6,599 56	7,164 31	7,752 99	8,364 40	8,997 26	9,650 22	10,321 88	11,010 86
21	6,417 19	6,988 57	7,584 72	8,204 28	8,845 81	9,507 80	10,188 71	10,887 00
22	6,252 81	6,830 74	7,434 24	8,061 78	8,711 74	9,382 46	10,072 23	10,779 38
23	6,104 06	6,688 47	7,299 19	7,934 53	8,592 68	9,271 82	9,970 08	10,685 65
24	5,968 96	6,559 78	7,177 60	7,820 54	8,486 64	9,173 89	9,880 27	10,603 82
25	5,845 90	6,443 01	7,067 79	7,718 16	8,391 96	9,087 01	9,801 13	10,532 24

Preserve os livros do mundo!

Digitalizado por Marcos/PR

Outubro/2024

ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA

5.ª Edição

Prof. José dos Santos Moreira

Em linguagem simples, acessível a todos, o autor desenvolve a matéria com singeleza, reunindo tudo quanto é útil ao estudante de comércio.

O autor, adestrado nas lides cotidianas do magistério, imprimiu à obra um cunho racionalmente didático, ao alcance dos que se iniciam na aprendizagem de tão complexa disciplina.

Constitui a Estatística matéria muito importante, mantendo a maioria das emprêsas departamentos especializados para elaborar os diversos quadros estatísticos referentes ao movimento mensal da emprêsa, dos estoques de mercadorias em depósito, do ativo e do passivo; do capital disponível, dos pagamentos efetuados e dos recebimentos, das contas de equipamento, etc. Com os elementos fornecidos pelo balanço anual, pode-se organizar gráficos comparativos do resultado de um exercício com os resultados anteriores.

O livro contém, também, uma parte relativa à estatística aplicada do "Ensino Funcional", na qual o autor estuda tôda a matéria de que os departamentos de estatística das diversas emprêsas necessitam para a organização de quadros e gráficos, referentes ao assunto.

Volume de 156 páginas em ótima apresentação com inúmeros modelos.

Formato 14 x 21 cm.

OBRAS DIDÁTICAS PARA OS CURSOS DE NÍVEL MÉDIO

CONTABILIDADE AGRÍCOLA (3.ª edição) A. Aloe e F. Valle
CONTABILIDADE BANCÁRIA (7.ª edição) A. Aloe e O. Thomazelli
CONTABILIDADE BÁSICA João Angélico
CONTABILIDADE COMERCIAL (2.ª edição) A. Aloe e F. Valle
CONTABILIDADE COMERCIAL (10.ª edição) Hilário Franco
CONTABILIDADE GERAL (17.ª edição) Hilário Franco
CONTABILIDADE GERAL (6.ª edição) A. Aloe
CONTABILIDADE INDUSTRIAL (3.ª edição) A. Aloe e F. Valle
CONTABILIDADE INDUSTRIAL (6.ª edição) Hilário Franco
CONTABILIDADE PÚBLICA (5.ª edição) Benedicto de Andrade
DIREITO USUAL E LEGISLAÇÃO APLICADA (6.ª edição) A. de Souza Castro
ELEMENTOS DE ECONOMIA (11.ª edição) A. T. da Silva
ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA (7.ª edição) J. dos Santos Moreira
ESTRUTURA, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE BALANÇOS (10.ª edição) Hilário Franco
GEOGRAFIA HUMANA DO BRASIL (7.ª edição) R. Haddock Lobo
HISTÓRIA ECONÔMICA E ADMINISTRATIVA DO BRASIL (17.ª edição) R. Haddock Lobo
INICIAÇÃO ÀS TÉCNICAS COMERCIAIS (9.ª edição) W. Standerski e S. Barretti
MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA (1.º volume, 3.ª edição) J. dos Santos Moreira
MATEMÁTICA COMERCIAL E FINANCEIRA (2.º volume, 2.ª edição) J. dos Santos Moreira
ORGANIZAÇÃO E TÉCNICA COMERCIAL (12.ª edição) A. T. da Silva
PRÁTICA DE COMÉRCIO (3.ª edição) B. de Andrade e P. Gerencer
PRÁTICA DE COMÉRCIO (7.ª edição) D. Albaneze e S. Barretti
PRÁTICA DE ESCRITÓRIO E ESCRITURAÇÃO MERCANTIL (10.ª edição) A. Aloe
TÉCNICAS COMERCIAIS (3.ª edição) B. de Andrade e P. Gerencer
TÉCNICA ORÇAMENTÁRIA E CONTABILIDADE PÚBLICA (5.ª edição) A. Aloe

PUBLICAÇÕES DA EDITÔRA ATLAS S. A.